

PL ISSN 0071-674X

POLSKA AKADEMIA NAUK — ODDZIAŁ W KRAKOWIE

KOMISJA NAUK EKONOMICZNYCH I STATYSTYKI

KRAKOWSKA AKADEMIA

IM. ANDRZEJA FRYCZA MODRZEWSKIEGO

---

# **folia oeconomica cracoviensia**

Vol. IV

2014

---

KRAKÓW

POLSKA AKADEMIA NAUK — ODDZIAŁ W KRAKOWIE  
KOMISJA NAUK EKONOMICZNYCH I STATYSTYKI  
KRAKOWSKA AKADEMIA  
IM. ANDRZEJA FRYCZA MODRZEWSKIEGO

# FOLIA OECONOMICA CRACOVIENSIA

Vol. LV  
2014

KRAKÓW

KOMITET REDAKCYJNY *FOLIA OECONOMICA CRACOVIENSIA*

prof. dr hab. Jacek Osiewalski — redaktor naczelny  
dr hab. Paweł Ulman — sekretarz redakcji  
dr hab. Paweł Lula  
dr hab. Jerzy Marzec

RADA REDAKCYJNA *FOLIA OECONOMICA CRACOVIENSIA*  
I ZARZĄD KOMISJI NAUK EKONOMICZNYCH I STATYSTYKI

prof. dr hab. Józef Pociecha — przewodniczący Rady Redakcyjnej  
prof. dr hab. Jacek Osiewalski — przewodniczący Komisji  
dr hab. Mateusz Pipień — sekretarz Komisji  
prof. dr hab. Henryk Gurgul  
prof. dr hab. Anna Harańczyk

RECENZENCI

prof. dr hab. Józefa Famielec  
prof. dr hab. Henryk Gurgul  
prof. dr hab. Anna Harańczyk  
prof. dr hab. Jacek Osiewalski  
dr hab. Paweł Ulman

Wersja papierowa jest wersją pierwotną (referencyjną) czasopisma

Adres redakcji  
31-018 Kraków, ul. św. Jana 28

Wydanie publikacji finansowane przez  
Polską Akademię Nauk oraz Krakowską Akademię im. Andrzeja Frycza Modrzewskiego

Redaktor tomu  
Natalia Gackowska

© Copyright by Autorzy, Polska Akademia Nauk  
Kraków 2014

ISSN 0071-674X



Realizacja wydawnicza: PAN Warszawska Drukarnia Naukowa  
Skład i druk: PAN Warszawska Drukarnia Naukowa  
ul. Śniadeckich 8, 00-656 Warszawa  
tel./fax 22 628-76-14  
e-mail: wdnpan@wdnpan.pl  
www.wdnpan.pl

## SPIS TREŚCI

<i>Od redaktora</i> .....	5
Józef Pociecha: <i>Wspomnienie o życiu i dokonaniach prof. dra hab. Kazimierza Zajęca, wybitnego statystyka i demografa krakowskiego</i> .....	9
Stanisław Urbański, Jacek Leśkow: <i>A new ICAMP approach to multifactor stock pricing using bootstrap</i> ...	15
Ewa Kubejko-Polańska: <i>Zmiany struktury funkcjonalno-przestrzennej terenów zabudowanych i zurbanizowanych datowych miast przemysłowych w Regionie Wschodnim</i> .....	35
Katarzyna Cięciak: <i>Polityka klimatyczno-energetyczna Unii Europejskiej. Szanse i wyzwania dla polskiej gospodarki</i> .....	61
Katarzyna Budny: <i>Estymacja momentów zwykłych wektora losowego opartych na definicji potęgi wektora</i> .....	81

## OD REDAKTORA

Niniejszy rocznik stanowi już 55. tom czasopisma przedstawiającego prace związane z działalnością dawnej Komisji Nauk Ekonomicznych Oddziału PAN w Krakowie, obecnie Komisji Nauk Ekonomicznych i Statystyki Oddziału. Poprzedni rocznik został poświęcony Profesorowi Andrzejowi Iwasiewiczowi, członkowi Komisji i redaktorowi naczelnemu czasopisma, zmarłemu w 2012 roku. Obecny tom przedstawia już efekty bieżącej działalności Komisji i redakcji w nowym składzie, wyłonionym po śmierci w roku 2012 nie tylko redaktora naczelnego *FOC*, ale również wieloletniego przewodniczącego Komisji, Profesora Kazimierza Zająca, którego w tym tomie wspomina Prof. Józef Pociecha. W styczniu 2014 roku powołano zarząd Komisji i redakcję w składzie przedstawionym na karcie redakcyjnej.

Dotychczas w roku 2014 odbyło się 6 posiedzeń naukowych Komisji z następującymi referatami:

- „Zastosowanie metod *bootstrap* do wieloczynnikowej wyceny akcji w świetle ICAPM”, dr inż. Stanisław Urbański (AGH), dr hab. Jacek Leśkow (Politechnika Krakowska), 6 marca;
- „Struktura funkcjonalno-przestrzenna dawnych miast przemysłowych w Regionie Wschodnim”, dr Ewa Kubejko-Polańska (Uniwersytet Rzeszowski), 13 marca;
- „Bayesian nonparametric calibration and combination of predictive distributions”, dr Francesco Ravazzolo (Norges Bank and BI Norwegian Business School), 24 marca;
- „Polityka klimatyczno-energetyczna Unii Europejskiej. Szanse i wyzwania dla polskiej gospodarki”, dr Katarzyna Cięciak (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie), 3 kwietnia;
- „Metoda delimitacji obszarów kryzysowych w przestrzeni polskich miast z wykorzystaniem binarnych i ważonych modeli dopasowania — studium przypadku Krakowa, Lublina i Olkusza”, dr Janusz Jeżak (Instytut Rozwoju Miast, Kraków), 15 maja;
- „Nowe charakterystyki rozkładu i zależności wektorów losowych — konstrukcja, estymacja, zastosowanie”, mgr Katarzyna Budny (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie), 9 października.

Do niniejszego tomu Autorzy złożyli 4 artykuły naukowe, obejmujące zagadnienia analizy danych z rynków finansowych, regionalistyki, polityki ekologicznej oraz modelowania i wnioskowania statystycznego. Serdecznie dziękuję Autorom, a także Recenzentom — współpracownikom z Komisji i redakcji, dzięki którym tom może się ukazać.

*Jacek Osiewalski*



*Profesor Kazimierz Zajac*

*1916–2012*

(fot. Konrad Pollesch)





## WSPOMNIENIE O ŻYCIU I DOKONANIACH PROF. DRA HAB. KAZIMIERZA ZAJĄCA, WYBITNEGO STATYSTYKA I DEMOGRAFA KRAKOWSKIEGO

JÓZEF POCIECHA

Katedra Statystyki Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie  
e-mail: [pociecha@uek.krakow.pl](mailto:pociecha@uek.krakow.pl)

Minęło już dwa lata od odejścia od nas Profesora Kazimierza Zająca, doktora habilitowanego nauk ekonomicznych, emerytowanego profesora zwyczajnego Akademii Ekonomicznej w Krakowie, doktora *honoris causa* Akademii Ekonomicznej w Katowicach.

Profesor Kazimierz Zająca należał do grona najwybitniejszych profesorów krakowskiej uczelni ekonomicznej i w ciągu 40 lat pracy zawodowej był współtwórcą jej wysokiej pozycji naukowej i dydaktycznej.

Profesor Zająca wniósł też istotny wkład w rozwój statystyki, demografii i ekonometrii polskiej, przez swoje prace naukowe, a przede wszystkim, przez kształcenie kadr naukowych oraz organizowanie życia naukowego w środowisku metod ilościowych.

Profesor Kazimierz Zająca pochodził z Krosna, lecz całe swoje życie związał z Krakowem. W ostatnim przedwojennym roku akademickim rozpoczął studia na Akademii Handlowej w Krakowie na kierunku konsularnym, kończąc je po okresie zawieruchy wojennej, w roku 1947. Po wojnie swoje studia i zainteresowania naukowe wiąże z Profesorem Jerzym Fierichem, ówczesnym Kierownikiem Katedry Ekonomii Akademii Handlowej. Już w czasach studenckich zainteresował się badaniami statystycznymi i z tego zakresu przedstawił pracę magisterską pt. *Ruch płac nominalnych i realnych robotników przemysłu naftowego w Krośnie w latach 1927–1945*. Dnia 31 maja 1947 roku, po przedstawieniu wymienionej pracy i zdaniu egzaminów z postępek bardzo dobrym: z ekonomii, polityki ekonomicznej wraz z skarbowością, statystyki matematycznej i naukowych metod badania koniunktur, statystyki gospodarczej, spółdzielczości, ustroju

i zadań samorządu, geografii gospodarczej, uzyskał na Akademii Handlowej stopień naukowy magistra nauk ekonomiczno-handlowych.

Jeszcze w trakcie studiów, w 1946 roku, podjął pracę w charakterze asystenta-wolontariusza w Katedrze Ekonomii, a po ich ukończeniu w 1947 r. został asystentem. Bezpośrednio po ukończeniu studiów magisterskich podjął studia doktoranckie w Szkole Głównej Handlowej w Warszawie, uczestnicząc w seminarium doktorskim z ekonomii u Profesora Edwarda Lipińskiego. Studia te odbywał w latach 1947–1948. W roku 1949 złożył Prof. Lipińskiemu rękopis pracy doktorskiej, niestety była to praca z ekonomii klasycznej i jako niemarksistowska „burżuazyjna ekonomia” nie mogła być przedstawiona do obrony w rozpoczynającym się okresie stalinowskim.

W 1950 roku wobec szykan pod adresem Prof. J. Fiericha, jako przedstawiciela burżuazyjnej teorii ekonomii, wraz z Profesorem odszedł z Katedry Ekonomii, która stała się katedrą ekonomii marksistowskiej, do nowo utworzonej Katedry Statystyki. W latach 1954–1961 pracował w niej na stanowisku zastępcy profesora.

Przełom „października 1956 roku” przyniósł odejście od „okresu błędów i wypaczeń” (okresu stalinowskiego). Nastąpił powrót do prowadzenia badań statystycznych. W pierwszym szeregu młodych statystyków prowadzących badania był mgr Kazimierz Zajac, który w swojej pracy doktorskiej przeprowadził, zakazaną w poprzednim okresie, analizę statystyczną płac roboczych, nawiązując tym samym do tematyki swojej pracy magisterskiej. Profesor Kazimierz Zajac otrzymał w dniu 26 czerwca 1958 r. stopień Kandydata (Doktora) Nauk Ekonomicznych na podstawie złożonych egzaminów oraz pracy pt. *Analiza płac roboczych w przemyśle na podstawie badań statystycznych*, nadany przez Radę Wydziału Towaroznawstwa Wyższej Szkoły Ekonomicznej w Krakowie, uchwałą z dnia 17 lutego 1958 r. Promotorem tej pracy był prof. dr inż. Jerzy Fierich.

W pięć lat po uzyskaniu stopnia naukowego doktora nauk ekonomicznych, Profesor Zajac habilitował się na podstawie pracy: *Ekonometryczne metody badania budżetów domowych* (1963), Zeszyty Naukowe WSE w Krakowie, seria specjalna: Monografie nr 3. W 1965 roku, po śmierci Profesora Jerzego Fiericha, został Kierownikiem Katedry Statystyki, którą kierował aż do przejścia w 1986 roku na emeryturę. Tytuł naukowy profesora nadzwyczajnego otrzymał w roku 1971, tytuł naukowy profesora zwyczajnego w roku 1976.

Prof. dr hab. Kazimierz Zajac położył duże zasługi w rozwoju badań statystyczno-ekonometrycznych w powojennym okresie gospodarki centralnie sterowanej. Jego pierwsze badania naukowe dotyczyły wstydliwych wtedy politycznie problemów płac roboczych oraz budżetów gospodarstw domowych. W latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych Profesor Zajac był niekwestionowanym autorytetem w zakresie badań poziomu życia ludności. Nurt badań ekonomiczno-społecznych przewija się w całym okresie aktywności naukowej Profesora Zajaca, owocując m.in. kolejnymi książkami: *Ekonometryczne metody ustalania*

*rejonów konsumpcyjnych* (1978), współautor: B. Podolec; *Metody badania usług rynkowych* (1982), praca zbiorowa pod red. K. Zająca.

Drugim nurtem badawczym, rozwijanym przez Profesora Kazimierza Zająca są badania demograficzne. Jest on jednym z pionierów mikrodemograficznych badań historycznych, czego przykładem może być praca: *Studium nad ruchem naturalnym miasta Rymanowa w świetle ksiąg parafialnych z lat 1850–1950* (1969), „Przeszłość Demograficzna Polski”. Z połączenia badań demograficznych z badaniami społeczno-ekonomicznymi rodzi się monografia: *Rozwój demograficzny a rozwój gospodarczy* (1987), współautor: A. Sokołowski.

Innym nurtem badań statystycznych, ściśle powiązanych z badaniami społeczno-ekonomicznymi i demograficznymi jest rozwijanie metodologii i zastosowań procedur taksonomicznych. Znajduje to wyraz w wielu publikacjach Profesora, głównie ze swoimi młodszymi współpracownikami. Tego przykładem jest książka: *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych* (1988), współautorzy: J. Pocięcha, B. Podolec, A. Sokołowski.

Należy też wspomnieć o prowadzeniu przez Profesora badań w dziedzinie statystycznych metod kontroli jakości, czego wyrazem jest szereg artykułów naukowych na te tematy, a przede wszystkim książka: *Statystyczne metody kontroli jakości* (1973), współautorzy: J. Cyran, J. Steczkowski.

Reasumując dokonania naukowe Profesora Zająca należy podkreślić, że wniósł on osobisty wkład w rozwój metodologii badań statystyczno-ekonometrycznych i prowadzenie badań empirycznych, zwłaszcza w obszarach statystyki społecznej, demografii i statystycznej kontroli jakości. Jego silna aktywność naukowa obejmowała długi okres, ponad 40 lat, począwszy od połowy lat pięćdziesiątych do połowy lat dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku.

Prof. dr hab. Kazimierz Zająć zawsze przykładął dużą wagę do procesu dydaktycznego. Jest on autorem lub współautorem wielu skryptów i podręczników do statystyki. Wśród nich wyróżnia się podręcznik: *Zarys metod statystycznych*, PWE, Warszawa, mający 5 wydań, na którym wychowało się wiele roczników studentów uczelni krakowskiej i wielu innych uczelni polskich.

Profesor Zająć był znany i ceniony przez studentów jako interesujący wykładowca. Potrafił on o metodach statystycznych i ich zastosowaniach mówić tak, że zdobywał dla nich uważnych słuchaczy, którzy potem niejednokrotnie wybierali je jako przedmiot swoich specjalizacji i tematy prac magisterskich. Profesor Zająć wypromował ogromną rzeszę magistrantów, którzy nawet po bardzo wielu latach wspominają go jako wybitnego profesora krakowskiej uczelni ekonomicznej. Profesor Zająć był też długoletnim wykładowcą Uniwersytetu Jagiellońskiego na kierunku socjologia czy psychologia, a także Papieskiej Akademii Teologicznej. Także ci studenci wspominają go jako interesującego wykładowcę.

Profesor Zająć położył ogromne zasługi w dziedzinie kształcenia kadr naukowych nie tylko w Krakowie, ale i w całej Polsce. Bardzo wielu statystyków i ekonometryków polskich zachowuje w życzliwej pamięci Profesora jako promotora

lub recenzenta swoich prac na stopień naukowy. Wypromował on 38 doktorów i sprawował opiekę merytoryczną nad 22 habilitantami. Wykonał ponad 80 recenzji prac doktorskich oraz ponad 60 recenzji prac habilitacyjnych. Bez przesady można stwierdzić, że znaczna większość obecnie czynnych lub będących już na emeryturze polskich profesorów z zakresu statystyki i ekonometrii była przynajmniej na jednym etapie kariery naukowej oceniana i dopingowana do pracy przez Profesora Zająca. Profesor Kazimierz Zając cieszył się w ogólnopolskim środowisku naukowym statystyków, demografów i ekonometryków dużym autorytetem oraz poważaniem, a osoby, które w swoim czasie oceniał, wyrażają wdzięczność za jego życzliwość i konstruktywne rady, jakich im udzielał.

W trakcie swojej długoletniej pracy na krakowskiej uczelni, Profesor Zając pełnił na niej wiele różnorodnych funkcji, walczył przyczyniając się do jej rozwoju. Już w latach 1954–1958 był prodziekanem ówczesnego Wydziału Towaroznawstwa i Statystyki Wyższej Szkoły Ekonomicznej w Krakowie, a w latach 1964–1968 prodziekanem ówczesnego Wydziału Produkcji i Obrotu Towarowego. W latach 1980–1986 pełnił funkcję dziekana Wydziału Ekonomiki Obrotu Akademii Ekonomicznej w Krakowie.

Od 1965 roku, od śmierci pierwszego kierownika Katedry Statystyki — prof. dr inż. J. Fiericha, był kierownikiem tej katedry, walczył przyczyniając się do jej kadrowego i naukowego rozwoju. W latach 1969–1986, aż do emerytury, w związku z reorganizacją struktury organizacyjnej uczelni pełnił funkcję Dyrektora Instytutu Metod Rachunku Ekonomicznego, przemianowanego później na Instytut Statystyki Ekonometrii i Informatyki, a w Instytucie kierował Zakładem Statystyki. Pod Jego kierownictwem, dzięki staraniom i inspiracji Profesora, Instytut rozwijał się kadrowo i zyskiwał coraz to silniejszą pozycję w polskim środowisku ilościowych badań ekonomicznych. Należy podkreślić, że starania Prof. Zająca o rozwój naukowy i, co za tym idzie, rozwój kadrowy nie dotyczyły jedynie jego macierzystego Zakładu Statystyki, lecz całego Instytutu. Za czasów dyrektorstwa Prof. Zająca, w Instytucie Metod Rachunku Ekonomicznego powstał Zakład Informatyki. Wielu późniejszych pracowników Zakładu Informatyki doktoryzowało się z metod ilościowych u Prof. Zająca. Przyczynił się on do rozwoju Zakładu Matematyki oraz integrował Zakład Ekonometrii z problematyką badawczą całego Instytutu. To, że krakowska uczelnia ekonomiczna intensywnie rozwijała się od lat 60-tych do 80-tych ubiegłego wieku pod względem potencjału naukowo-dydaktycznego, czego formalnym wyrazem była zmiana jej nazwy z Wyższej Szkoły Ekonomicznej na Akademię Ekonomiczną, było w istotnym stopniu zasługą pracy Profesora Zająca na kierowniczych stanowiskach w Uczelni.

Prof. dr hab. Kazimierz Zając swoją pracą organizacyjną i ekspercką oddziałывał na rozwój teorii i praktyki badań statystycznych w Polsce. Spośród wielu funkcji pełnionych poza uczelnią przypomnieć należy przewodniczenie w latach 1975–1979 Sekcji Demografii Historycznej Komitetu Nauk Demograficznych

PAN, a w latach 1978–1981 przewodniczenie Sekcji Statystyki Komitetu Statystyki i Ekonometrii PAN w Warszawie.

Na zapamiętanie zasługują jego starania o stworzenie platformy dyskusji naukowych oraz prezentacji osiągnięć, szczególnie przez młodszych adeptów nauki, w ramach działalności Oddziału Krakowskiego Polskiej Akademii Nauk. Był on długoletnim przewodniczącym Komisji Nauk Ekonomicznych PAN Oddział w Krakowie, dbając o regularne wydawanie jej organu naukowego *Folia Oeconomica Cracoviensia*. Przewodniczył także Komisji Statystyczno-Demograficznej PAN Oddział w Krakowie do czasu jej połączenia z Komisją Nauk Ekonomicznych. Jako przewodniczący tych gremiów zasiadał w radach redakcyjnych i radach programowych takich czasopism naukowych jak: *Przeszłość Demograficzna Polski*, *Studia Demograficzne*, *Przegląd Statystyczny*.

Prof. K. Zając położył także duże zasługi dla Głównego Urzędu Statystycznego. W długim okresie lat 1965–1995 był członkiem Rady Naukowej GUS, przyczyniając się do wytyczania kierunków badań statystycznych oraz rozwoju metodologii i praktyki statystyki publicznej w Polsce. Przez długie lata zasiadał w Radzie Naukowej *Wiadomości statystycznych*. Należy też zaznaczyć jego rolę w Polskim Towarzystwie Statystycznym, gdzie przez długie lata zasiadał w Radzie Głównej PTS.

Wśród swoich uczniów i wszystkich osób, które się z nim spotykały, Profesor Kazimierz Zając został zapamiętany jako osobowość o niezwykłych zaletach umysłu, charakteru oraz wysokiej kulturze osobistej. Swoim przykładem życzliwości dla innych, otwartości i akceptacji odmiennych poglądów oraz podejść naukowych wyznaczał standardy postępowania w życiu naukowym i dydaktycznym polskich uczelni.

Prof. dr hab. Kazimierz Zając zmarł 6 maja 2012 roku i spoczywa na Cmentarzu Salwatorskim w Krakowie.



## A NEW ICAPM APPROACH TO MULTIFACTOR STOCK PRICING USING BOOTSTRAP

STANISŁAW URBAŃSKI

AGH University of Science and Technology, Faculty of Management  
*e-mail: surbansk@zarz.agh.edu.pl*

JACEK LEŚKOW

Cracow University of Technology, Institute of Mathematics  
*e-mail: jleskow@pk.edu.pl*

### ABSTRACT

The aim of this work is the use of bootstrap methods for assessing of returns and risk of stock described by a small-to-moderate time series data. The paper presents the possibility of using bootstrap for testing the selected ICAPM application. We estimate systematic risk and risk premium components, depending on the fundamental risk factors. We compare bootstrap and classical asymptotic GLS results.

The authors analyze quarterly returns of stocks listed on Warsaw Stock Exchange in 1995–2010. The full-sample observations are divided into two separate sub-periods: 1995–2004, the years preceding Poland's accession to the EU, and 2005–2010, the years of Poland's membership in the UE.

The components of risk premium change in the second sub-period. Also, we test the multifactor-efficiency (ME) of the generated portfolios. GRS and asymptotic Wald tests reject ME. However, the bootstrapped Wald test does not reject ME for the tested cases. Using the tested ICAPM application to forming ME portfolios makes it possible to offer a number of useful guidelines for portfolio managers.

### STRESZCZENIE

S. Urbański, J. Leśkow. *Nowa aplikacja ICAPM do wieloczynnikowej wyceny akcji z zastosowaniem metod bootstrap*. Folia Oeconomica Cracoviensia 2014, 55: 15–33.

Celem niniejszej pracy jest zastosowanie metod bootstrap do oszacowania stóp zwrotu i ryzyka akcji opisanych krótkimi szeregami czasowymi. Artykuł prezentuje możliwość zastosowania metod bootstrap do testowania wybranej aplikacji ICAPM. My szacujemy składowe ryzyka systematycznego i premii za ryzyko, w zależności od fundamentalnych czynników ryzyka. Porównujemy wyniki otrzymane metodami bootstrap i klasyczną uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów.

Analizie poddajemy kwartalne stopy zwrotu akcji notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w latach 1995–2010. Wszystkie obserwacje dzielimy na dwa podokresy: 1995–2004 (okres poprzedzający wejście Polski do Unii Europejskiej) oraz 2005–2010 (okres członkostwa Polski w Unii Europejskiej). Składowe premie za ryzyko ulegają zmianie w drugim podokresie. My testujemy również wieloczynnikową efektywność (ME) generowanych portfeli. Test GRS oraz asymptotyczny test Walda odrzuca ME. Natomiast bootstrapowy test Walda, w żadnym badanym przypadku nie odrzuca ME.

Zastosowanie testowanej aplikacji ICAPM do budowy portfeli wieloczynnikowo efektywnych pozwala na wyciągnięcie wielu użytecznych wskazówek dla zarządzających portfelami inwestycyjnymi.

#### KEY WORDS — SŁOWA KLUCZOWE

asset pricing, bootstrap method, return changes, systematic risk, multifactor efficiency

wycena aktywów, metoda bootstrap, zmiany stop zwrotu, ryzyko systematyczne, wieloczynnikowa efektywność

#### INTRODUCTION

Testing the stock pricing that could be observed in the conditions of ICAPM validity can be referred to an analysis of multifactor-efficiency (ME) of a given portfolio. For this purpose, you can use the Wald statistics of the asymptotic distribution  $\chi^2$ .

Wald test tends to over-reject the ME portfolio hypothesis (see Chou and Zhou (2006), p. 221) for finite samples. However, a small-sample case can be analyzed with the use of the GRS test — see Gibbons et al (1989) — on condition of the normality of the sample. Therefore, for non-normal small samples one should consider alternative scenarios like the bootstrap method. One of the purposes of this article is to show the validity of such an approach.

The Wald test can be applied for large samples and under the assumption of independence. However, the ICAPM applications in emerging markets can be tested with the help of samples of a small-to-moderate size for which only iid conditions can be assumed, but normality is usually rejected. One never knows what is the true distribution of the returns, therefore there is a need to consider good approximations.

Contemporary statistical inference provides resampling and bootstrap methods to create confidence intervals for cases of small non-normal samples. Recent research provides also resampling tools for time-series data. For more information, the reader is referred to Leśkow et al (2008, 2014). Chou and Zhou (2006) present the possibility of using the bootstrap method to test the ME of Fama–French (FF) portfolios and the portfolio representing the CRSP index for the U.S. market. Research works on testing the classic Capital Asset Pricing Model and other studies on the Polish market are presented, among others, by Osińska and Romański (1994), Jajuga (2000), Bołt and Miłobędzki (2002), Osiewalski and Pipień (2004), Gurgul and Majdosz (2007) and Zarzecki et al. (2004–2005).



In this work we test the application of the ICAPM for the Warsaw Stock Exchange (WSE) data in 1995–2010. The above approach was proposed by Urbański (2011). We use bootstrap procedures in stock pricing simulated by the aggregated three-factor model.

The aim of our research is to consider an approach for pricing of stocks, determined by the assessment of the systematic risk and risk premium components. As a result, the multifactor efficiency of the tested portfolio can be evaluated.

Section 1 discusses theoretical methods for testing the multifactor-efficiency of a given portfolio. Section 2 proposes the possible use of the bootstrap method in finance. Section 3 presents several procedures for data preparation in order to use the studied algorithms. Section 4 shows the results of calculations. Section 5 includes a summary and conclusions.

## 1. MULTIFACTOR-EFFICIENCY RESTRICTIONS

Multifactor application of stock pricing in light of the ICAPM can be described by the following equation:

$$E(R_t) = \beta E(f_t), \quad (1)$$

where  $R_t = (r_{1t}, \dots, r_{it}, \dots, r_{Nt})'$  is  $N$ -vector of the excess returns over the risk-free rate on stock  $i$  in period  $t$ ,  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_i, \dots, \beta_N)'$  and  $f_t$  is the  $k$ -vector of factors.

Portfolios satisfying the equation (1) are ME. A statistical model testing a general form of the ICAPM can be described by the regressions (2) and (3) of the following two-step procedure:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i f_t + e_{it}, \quad \forall i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T, \quad (2)$$

$$r_{it} = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_i + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T, \quad (3)$$

where  $\gamma_1$  is the  $k$ -vector of the second pass regression parameters and  $e_{it}$  and  $\varepsilon_{it}$  are error components. Here,  $N$  is the number of assets, and  $T$  is the number of observations.

Pricing in light of the ICAPM aims to estimate the parameters of regressions (2) and (3), as well as to prove that generated portfolios are ME.

The pricing restriction of ME portfolios can be formulated as the hypothesis testing problem:

$$H_0: \alpha = 0, \text{ where } \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)'$$

Such a null hypothesis can be tested using the asymptotic  $\chi^2$  distribution corresponding to the following Wald statistic:

$$W = \hat{\alpha}' \text{var}[\hat{\alpha}]^{-1} \hat{\alpha} , \sim \chi_N^2 . \quad (4)$$

If the errors  $e_{it}$  defined in (2) are iid, then (4) is of the form (Cochrane (2001), pp. 217–219):

$$W = \frac{T}{1 + E(f_i)' \text{var}[f_i]^{-1} E(f_i)} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}_e^{-1} \hat{\alpha} , \quad (5)$$

where  $\hat{\Sigma}_e = \hat{e}' \hat{e} / (T - k - 1)$ , and  $\hat{e}$  is the  $T \times N$  matrix of residuals.

In practice, applying the Wald test or GRS method requires estimating matrix  $\Sigma_e$ . This, in turn, induces imposing the normality assumption on the random error terms in (2) and (3) to ensure that the statistic  $\hat{t} = \hat{\theta}_i / \text{se}(\hat{\theta}_i)$  has a t-Student distribution.<sup>1</sup> In reality, however, the exact distribution of  $\hat{t}$  is not known. The bootstrap method can overcome this problem.

## 2. RESAMPLING METHOD APPROACH

Contemporary statistical inference provides tools to deal with small and non-normal samples. We are now able to approximate the finite sample distribution of the estimators without invoking the normality assumption or large sample distributions. Extensive surveys of bootstrap methods can be found for example, in monograph texts by Politis (1999) and Lahiri (2003). Time series applications of bootstrap and other resampling methods can be found e.g. in Leśkow (2008, 2014).

For small samples, most of the resampling methods provide more reliable results than the normal approximation. For regression-type models, we study small-sample distributions of the estimates via bootstrapping the residuals. In such a case, the model errors are iid and the factors are treated as fixed constants. In this case, the fitted residuals are resampled.<sup>2</sup> In such a scenario, the bootstrap procedure can be designed in the following way:

- 1) Estimate the parameters of regressions (2) and (3) by a chosen asymptotic method. These regressions in bootstrap procedure are referred to in this paper as “null” regressions. Under such “null” regression it is necessary to:
  - a) Determine the model residuals  $\hat{e}_{it}$ .
  - b) Calculate the Wald statistic:

---

<sup>1</sup>  $\text{se}(\hat{\theta}_i)$  is a standard error of  $\hat{\theta}_i$ .

<sup>2</sup> The errors are not observable, thus fitted residuals are used.

$$W = \hat{\alpha}' \text{var}[\hat{\alpha}]^{-1} \hat{\alpha}. \quad (6)$$

- 2) Repeat the following procedure a large number of times.
- Draw the residuals  $e_{it}^*$ ,  $t=1, \dots, T$  from  $\hat{e}_{it}$  with replacement.
  - Generate the bootstrap returns as follows:

$$r_{it}^* = \alpha_i + \beta_i f_t + e_{it}^*. \quad (7)$$

- Estimate the bootstrap parameters, of the first path of the model,  $\alpha_i^*$  and  $\beta_i^*$  of the following regression:

$$r_{it}^* = \alpha_i^* + \beta_i^* f_t + e_{it}^*. \quad (8)$$

- Estimate the bootstrap parameters, of the second path of the model,  $\gamma_0^*$  and  $\gamma_1^*$  of the following regression:

$$r_{it}^* = \gamma_0^* + \gamma_1^* \hat{\beta}_i^* + \varepsilon_{it}^*. \quad (9)$$

- Calculate the bootstrapped Wald statistic:

$$W^* = \frac{T}{1 + E(f_t)' \text{var}[f_t]^{-1} E(f_t)} (\hat{\alpha}^*)' \hat{\Sigma}_e^{-1} \hat{\alpha}^*. \quad (10)$$

- Calculate the percentage of  $\alpha_i^*$ 's and  $\beta_i^*$ 's and  $\gamma_0^*$ 's and  $\gamma_1^*$ 's, and  $W^*$ 's that are greater than  $\alpha_i$  and  $\beta_i$  and  $\gamma_0$  and  $\gamma_1$ , and  $W$ . The percentages are the  $p$ -values of the bootstrap test.

One of the main concerns while using the bootstrap method is consistency, i.e. concordance between the quantiles derived from the bootstrap distribution and the asymptotic one. The bootstrap quantiles can be derived using a computer algorithm described above. In this case, the consistency of bootstrap is presented in the monograph of Davison and Hinkley (1999).

### 3. DATA

In this section we analyze the quarterly returns of stocks listed on WSE in 1995–2010. The full-sample observations are divided into two separate sub-periods: 1995–2004, the years preceding Poland's accession to the EU, and 2005–2010, the years of Poland's membership in the UE. Data referring to the

fundamental results of the inspected companies are taken from the database drawn up by Notoria Serwis Sp. z o.o. Data for defining returns on securities are provided by the Warsaw Stock Exchange.

The data presented by Urbański (2012b) indicate that the WSE is among the average-sized European stock exchanges. It justifies the choice of the WSE as an area for researching the returns in Central Europe's emerging markets.

The entire sample comprises 56 quarterly investment periods from May 10, 1996 to May 12, 2010. The first sub-period covers 36 quarters from May 10, 1996 to May 19, 2005. The second sub-period covers 20 quarters from May 19, 2005 to May 15, 2010.

A rapid increase in the number of WSE companies is recorded after 2004, following Poland's accession to the EU. However, it has been accompanied by an increase in the number of speculative stocks whose returns are not linked to their financial results; see Urbański (2012a). Consequently, the tests are performed for two modes. Mode 1 considers all WSE stocks except of companies characterized by a negative book value. In mode 2, we eliminate speculative stocks meeting one of the following boundary conditions: a)  $MV/BV > 100$ , b)  $ROE < 0$  and  $BV > 0$  and  $MV/BV > 30$  and  $r_{it} > 0$ , where  $MV$  is the stock market value,  $ROE$  is the return on book value ( $BV$ ). The speculative stocks appear from Q1 of 2005. The number of analyzed companies decreased from 10% in 2005 to 30% in 2010, after exclusion of speculative stocks. All stock returns are calculated in excess of 91-day Polish Treasury bill return ( $RF$ ).

The bootstrap quantile is based on 10,000 resamples of the data. The inspected securities are divided into quintile portfolios built on the basis of fundamental functional  $FUN$ , presented in equation (11), and  $NUM$  and  $DEN$  functions constituting the numerator and denominator of  $FUN$ , respectively.<sup>3</sup>

$$FUN = \frac{nor(ROE) * nor(AP) * nor(AZO) * nor(AZN)}{nor(MV/E) * nor(MV/BV)}, \quad (11)$$

where

$$ROE = F_1; AP = F_2 = \frac{\sum_{t=1}^i S(Q_t)}{\sum_{t=1}^i S(nQ_t)}; AZO = F_3 = \frac{\sum_{t=1}^i ZO(Q_t)}{\sum_{t=1}^i ZO(nQ_t)};$$

---

<sup>3</sup> The tested securities are divided into quintile portfolios in one direction; 5 portfolios are formed on  $FUN$ , 5 on  $NUM$  and 5 on  $DEN$ .

$$AZN = F_4 = \frac{\sum_{t=1}^i ZN(Q_t)}{\sum_{t=1}^i \overline{ZN(nQ_t)}}, MV/E = F_5; MV/BV = F_6.$$

Variables  $F_j (j = 1, \dots, 6)$  are transformed to standardized areas ranging  $\langle a_j; b_j \rangle$ , in keeping with Equation (12):

$$nor(F_j) = \left[ a_j + (b_j - a_j) * \frac{F_j - c_j * F_j^{\min}}{d_j * F_j^{\max} - c_j * F_j^{\min} + e_j} \right]. \quad (12)$$

In Equations (11) and (12), the corresponding indications are as follows. ROE is return on book equity;  $\sum_{t=1}^i S(Q_t), \sum_{t=1}^i ZO(Q_t), \sum_{t=1}^i ZN(Q_t)$  are values that are accumulated from the beginning of the year as net sales revenue (S), operating profit (ZO) and net profit (ZN) at the end of “i” quarter ( $Q_i$ );  $\sum_{t=1}^i \overline{S(nQ_t)}, \sum_{t=1}^i \overline{ZO(nQ_t)}, \sum_{t=1}^i \overline{ZN(nQ_t)}$  are average values, accumulated from the beginning of the year as S, ZO and ZN at the end of  $Q_i$  over the last  $n$  years;<sup>4</sup>  $MV/E$  is the market-to-earning value ratio;  $MV/BV$  is the market-to-book value ratio;  $a_j, b_j, c_j, d_j, e_j$  are variation parameters. Calculations prove, that in modeling equilibrium on the stock market, it is possible to assume identical values for all parameters; see Urbański (2011). The functions  $F_j (j = 1, \dots, 6)$  are transform into equal normalized area  $\langle 1; 2 \rangle$ .<sup>5</sup>

In comparison with the work conducted by FF (1995) and Cochrane (2001), it is assumed that *FUN* may constitute positive characteristics as a basis for the general description of returns. The function *NUM* represents an investor forming a portfolio which consists of the best fundamental companies. Whereas *DEN* represents an investor portfolio which consists of the undervalued stocks. Similarly, *FUN* represents an investor forming a portfolio which consists of the best fundamental and simultaneously undervalued stocks. *FUN*, *NUM* and *DEN* are calculated for all analyzed securities at the beginning of each investment period in which the return is to be calculated. *FUN*, *NUM* and *DEN* for portfolios consti-

<sup>4</sup> The present research assumes that  $n = 3$  years.

<sup>5</sup> If  $\sum_{t=1}^i ZN(Q_t), \sum_{t=1}^i ZO(Q_t), \sum_{t=1}^i \overline{ZN(nQ_t)}$  or  $\sum_{t=1}^i \overline{ZO(nQ_t)}$  in equation (11) is negative, the functions  $F_j (j = 1, 3, 4)$  are transformed into area  $(0, 1)$ ; see Urbański (2011).

tute average arithmetical values of these functions of various portfolio securities. Returns on given portfolios are average stock returns weighted by market capitalizations. The factors  $f_t$  are assigned to company portfolios.

#### 4. RESULTS

We test the aggregated three-factor model presented by Urbański (2011). This model analyses the influence of excess market returns ( $RM$ )<sup>6</sup> and factors  $f^{HMLN}$  and  $f^{LMHD}$  on returns in the analyzed portfolios.  $f^{HMLN}$  (high minus low) is the difference between the returns from the portfolio with the highest and lowest  $NUM_t$  values in the period  $t$ ;  $f^{LMHD}$  (low minus high) is the difference between the returns from the portfolio with the lowest and highest  $DEN_t$  values in the period  $t$ .

Absolute values of correlation coefficient between the response variable and explanatory variables range from 0.05 to 0.92. Absolute values of the correlation coefficient between factors are reaching the levels of 0.23 for full-sample observations, 0.37 for sub-period 1995–2005, and 0.23 for sub-period 2005–2010, respectively. For the first and second sub-period the correlation between  $RM_t - RF_t$  and  $f_t^{HMLN}$  is equal to 0.24 and 0.18, respectively, and between  $RM_t - RF_t$  and  $f_t^{LMHD}$  is -0.37 and -0.16. It is possible, therefore, to duplicate information. The orthogonalized market factors are defined using the following regression:

$$RM_t - RF_t = \alpha + \beta_{HMLN} f_t^{HMLN} + \beta_{LMHD} f_t^{LMHD} + e_t, t = 1, \dots, T, \quad (13)$$

where:

Mode 1; full sample

$$\begin{array}{llll} \alpha = -0.01; & \beta_{HMLN} = 0.29; & \beta_{LMHD} = -0.27; & R^2 = 6.32\% \\ (76.20\%) & (15.87\%) & (13.86\%) & \end{array}$$

Mode 2; full sample

$$\begin{array}{llll} \alpha = -0.02; & \beta_{HMLN} = 0.33; & \beta_{LMHD} = -0.010; & R^2 = 4.97\% \\ (50.66\%) & (11.38\%) & (58.35\%) & \end{array}$$

Mode 1; first sub-period

$$\begin{array}{llll} \alpha = -0.01; & \beta_{HMLN} = 0.40; & \beta_{LMHD} = -0.59; & R^2 = 25.18\% \\ (82.42\%) & (5.43\%) & (0.90\%) & \end{array}$$

---

<sup>6</sup> The market return ( $RM$ ) is evaluated by the return on the WIG/ WSE index.

Mode 1; second sub-period

$$\alpha = 0.03; \quad \beta_{HMLN} = -1.05; \quad \beta_{LMHD} = 0.48; \quad R^2 = 20.82\%$$

$$(63.57\%) \quad (8.01\%) \quad (7.24\%)$$

Mode 2; second sub-period

$$\alpha = -0.01; \quad -\beta_{HMLN} = 0.32; \quad \beta_{LMHD} = 0.57; \quad R^2 = 29.07\%$$

$$(82.36\%) \quad (51.28\%) \quad (1.72\%)$$

Under the regression model (13) the values of variable loadings are included for all tested periods. The corresponding  $p$ -values appear in brackets. Regression (13), especially for sub-periods, contains higher explanatory power. The value of the orthogonalized market factor is defined as follows:<sup>7</sup>

$$f_t^{MO} = \alpha + e_t. \quad (14)$$

The response variable and the explanatory variables are subject to stationarity tests whose hypothesis is based on the Dickey–Fuller test. Dickey–Fuller tests and augmented Dickey–Fuller tests confirm lack of unit root for each test case at 1% significance level.<sup>8</sup> This leads to conclusions regarding the stationarity of the analyzed variables.

We test the aggregated three-factor model in two passes:

$$r_{it} - RF_t = \alpha_i + \beta_{i,HMLN} f_t^{HMLN} + \beta_{i,LMHD} f_t^{LMHD} + \beta_{i,MO} f_t^{MO} + e_{it}; t = 1, \dots, T; \forall i = 1, \dots, 15, \quad (15)$$

$$r_{it} - RF_t = \gamma_0 + \gamma_{HMLN} \hat{\beta}_{i,HMLN} + \gamma_{LMHD} \hat{\beta}_{i,LMHD} + \gamma_{MO} \hat{\beta}_{i,MO} + \varepsilon_{it}; i = 1, \dots, 15; t = 1, \dots, T. \quad (16)$$

Beta values are estimators of the systematic risk. The second pass estimates the beta loadings which define risk premiums. Regression parameters in (15) and (16) are estimated via GLS — following Prais–Winsten procedure, and by three bootstrap methods: quantile bootstrap, BC $\alpha$  bootstrap, and t-bootstrap; see Efron and Tibshirani (1993). Homoskedasticity of the residuals is confirmed using

---

<sup>7</sup> A similar procedure concerning the orthogonalization of the market factor is applied by Fama and French (1993), p. 27–31, for the five-factor model. The loadings of all of the tested *HML*, *SMB*, *TERM* and *DEF* variables differ significantly from zero. The determination coefficient of the analyzed regression (by FF) is  $R^2 = 38\%$ .

<sup>8</sup> Dickey–Fuller tests are carried out for the three tested periods. 18 tested cases include the response variable for 5 portfolios formed on *FUN*, *NUM* and *DEN* and 3 explanatory variables:  $f_t^{MO}$ ,  $f_t^{HMLN}$  and  $f_t^{LMHD}$ . The augmented Dickey–Fuller tests are carried out for lag, defined on the basis of minimizing the modified Akaike criterion, assuming that maximum lag equals 4. Test findings are available from the authors on request.

White and Breusch–Pagan methods. Therefore, the heteroscedasticity correction is not required.<sup>9</sup>

The parameters of the second pass can be estimated by three variants:

- 1) the pooled time-series and cross-section estimate,
- 2) the “pure cross-sectional” estimate, on the basis of time series averages,
- 3) the Fama–MacBeth procedure that means running a cross-sectional regression at each point in time; estimated parameters  $\hat{\gamma}_0$  and  $\hat{\gamma}_1$  are average cross-sectional estimates of  $\hat{\gamma}_{0t}$  and  $\hat{\gamma}_{1t}$ . The time-series standard deviations of  $\hat{\gamma}_{0t}$  and  $\hat{\gamma}_{1t}$  are used to estimate the standard error of  $\hat{\gamma}_0$  and  $\hat{\gamma}_1$ .<sup>10</sup>

If the explanatory variables of regression (16) do not vary over time, and if the errors are cross-sectionally correlated but not correlated over time, then the pooled time-series and cross-sectional OLS estimate, the “pure cross-sectional” OLS estimate, and the the Fama–MacBeth procedure are identical; see Cochrane (2001), pp. 247–250. We estimate the risk premium vector using the pooled time-series and cross-section data. Independent variables (betas) remain permanent for all periods, while dependent variables constitute the returns which should by nature be random; see Cochrane (2001), p. 247. Therefore, we assume the lack of autocorrelation of the residual component. The impact of heteroskedasticity is taken into account by means of the change of variables method.<sup>11</sup>

Table 1

The Parameter Values of Time-Series Regression of Excess Stock Returns on the Orthogonalized Stock-Market Factor,  $f^{MO}$  and the Mimicking Returns for the NUM Value ( $f^{HMLN}$ ) and DEN Value ( $f^{LMHD}$ ) Factors

$$r_{it} - RF_t = \alpha_i + \beta_{i,HMLN} f_t^{HMLN} + \beta_{i,LMHD} f_t^{LMHD} + \beta_{i,MO} f_t^{MO} + e_{it}; t=1, \dots, T; \forall i = 1, \dots, 15$$

Mode 1. The sample period is from 1995 to 2010,  $T=56$  Quarters

Portfolio “i”	Quantile bootstrap, $\theta^*$		BC $\alpha$ bootstrap, $\theta^*$		t-bootstrap	„null” regression		
	$\hat{\theta}_{0.025}^*$	$\hat{\theta}_{0.975}^*$	$\hat{\theta}_{0.025}^*$	$\hat{\theta}_{0.975}^*$	p-value <sup>a</sup>	$\theta^*$	p-value <sup>a</sup>	R <sup>2</sup> %
	$\hat{\theta}^* = \hat{\beta}_{i,HMLN}$					$\hat{\theta} = \hat{\beta}_{i,HMLN}$		
1	-0.531	-0.180	-0.531	-0.174	0.002	-0.357	0.000	88.60
5	0.331	0.715	0.331	0.715	0.000	0.520	0.000	85.01
6	-0.716	-0.266	-0.702	-0.248	0.002	-0.472	0.000	83.48

<sup>9</sup> The co-variance matrix of regression coefficients is also estimated by means of the Newey–West estimator where standard errors are corrected for autocorrelation and heteroskedasticity. The results are qualitatively similar. They are readily available upon request.

<sup>10</sup>  $\hat{\gamma}_1$  is the vector  $\hat{\gamma}_1[\hat{\gamma}_{HMLN}, \hat{\gamma}_{LMHD}, \hat{\gamma}_{MO}]$ .

<sup>11</sup> See footnote 9.



10	<b>0.398</b>	<b>0.767</b>	<b>0.381</b>	<b>0.751</b>	<b>0.000</b>	0.591	<b>0.000</b>	85.49
11	-0.056	0.297	-0.054	0.298	0.230	0.120	0.210	83.91
12	<b>0.088</b>	<b>0.410</b>	<b>0.047</b>	<b>0.380</b>	<b>0.000</b>	0.250	<b>0.005</b>	87.98
13	<b>0.143</b>	<b>0.510</b>	<b>0.122</b>	<b>0.499</b>	<b>0.004</b>	0.330	<b>0.002</b>	78.67
14	<b>0.089</b>	<b>0.433</b>	<b>0.087</b>	<b>0.431</b>	<b>0.000</b>	0.273	<b>0.004</b>	86.02
15	-0.065	0.366	-0.039	0.421	0.248	0.138	0.220	86.12
$\hat{\theta}^* = \hat{\beta}_{i,MO}$						$\hat{\theta} = \hat{\beta}_{i,MO}$		
1	<b>1.011</b>	<b>1.251</b>	<b>1.019</b>	<b>1.260</b>	<b>0.000</b>	1.125	<b>0.000</b>	88.60
5	<b>0.878</b>	<b>1.118</b>	<b>0.895</b>	<b>1.139</b>	<b>0.000</b>	1.002	<b>0.000</b>	85.01
6	<b>0.996</b>	<b>1.309</b>	<b>1.006</b>	<b>1.313</b>	<b>0.000</b>	1.149	<b>0.000</b>	83.48
10	0.876	<b>1.100</b>	<b>0.878</b>	<b>1.102</b>	<b>0.000</b>	0.989	<b>0.000</b>	85.49
11	<b>0.851</b>	<b>1.075</b>	<b>0.847</b>	<b>1.074</b>	<b>0.000</b>	0.964	<b>0.000</b>	83.91
15	0.979	1.242	0.984	<b>1.246</b>	<b>0.000</b>	1.111	<b>0.000</b>	86.12
$\hat{\theta}^* = \hat{\beta}_{i,LMHD}$						$\hat{\theta} = \hat{\beta}_{i,LMHD}$		
1	<b>-0.722</b>	<b>-0.426</b>	<b>-0.742</b>	<b>-0.444</b>	<b>0.002</b>	-0.572	<b>0.000</b>	88.60
5	-0.477	<b>-0.172</b>	<b>-0.502</b>	<b>-0.191</b>	<b>0.002</b>	-0.331	<b>0.000</b>	85.01
6	<b>-0.667</b>	<b>-0.288</b>	<b>-0.665</b>	<b>-0.278</b>	<b>0.002</b>	-0.469	<b>0.000</b>	83.48
10	-0.549	-0.254	-0.574	<b>-0.269</b>	<b>0.002</b>	-0.404	<b>0.000</b>	85.49
11	<b>0.024</b>	<b>0.327</b>	<b>0.017</b>	<b>0.325</b>	<b>0.030</b>	0.180	<b>0.031</b>	83.91
12	0.069	0.345	0.069	0.345	0.006	0.203	<b>0.008</b>	87.98
13	<b>-0.324</b>	<b>-0.010</b>	-0.294	0.007	<b>0.058</b>	-0.163	<b>0.062</b>	78.67
14	<b>-0.897</b>	<b>-0.602</b>	<b>-0.903</b>	<b>-0.604</b>	<b>0.002</b>	-0.752	<b>0.000</b>	86.02
15	<b>-1.038</b>	<b>-0.672</b>	<b>-1.065</b>	<b>-0.691</b>	<b>0.002</b>	-0.872	<b>0.000</b>	86.12

Regression parameters for all bootstrap iterations and “null” regression are estimated by GLS. Portfolios for  $i = 1$  and  $i = 5$  are formed on minimal and maximal values of *FUN*. Portfolios for  $i = 6$  and  $i = 10$  are formed on minimal and maximal values of *NUM*. Portfolios for  $i = 11$  and  $i = 15$  are formed on minimal and maximal values of *DEN*.  $\hat{\theta}_{0.025}^*$  is the bootstrapped value of the estimator for the 2,5% level and, similarly,  $\hat{\theta}_{0.975}^*$  is the bootstrapped value of the estimator for the 97,5% level. The bootstrap quantile is based on 10,000 data resamples. Negative-BV stocks are excluded from the portfolios. The errors-in-variables are adjusted and follow Shanken (1992). <sup>a</sup> Corresponds to the significance test for model parameters in the null hypotheses. **Bold type** — the parameter is significantly different from zero at the level of 5%.

The impact of estimation errors of the true beta values in the first pass is considered by correcting the standard errors of beta loadings estimated in the second pass. With this purpose in mind, Shanken’s estimator is applied; see Shanken (1992).

Table 1 presents the values of parameters of regression (15) for the full-sample and for the portfolios of mode 1 type.<sup>12</sup> The regression parameters estimated in “null” regressions for the first and second sub-periods are subject to Chow’s stability tests. In most cases, the results confirm the stability of the parameters at the level of 5%. The regression parameters for test cases, estimated in “null” regression and three bootstrap methods are similar. Also, the cross-section changes of systematic risk component, for the portfolios formed on mode 1 and mode 2 are similar.

For portfolios formed on *FUN* and *NUM*, the systematic risk component  $\beta_{i,HMLN}$  increases monotonically from negative values for the smallest *FUN* and *NUM* quintiles to positive values for the largest quintiles. However, the risk component  $\beta_{i,LMHD}$  assumes negative values for all quintiles.

For portfolios formed on *DEN*, the systematic risk component  $\beta_{i,LMHD}$  decreases monotonically from positive values for the smallest *DEN* quintiles to negative values for the largest quintiles. The risk component  $\beta_{i,HMLN}$  assumes positive values for all quintiles.

The schemes of return changes on portfolios formed on *FUN* and *DEN* (for the full-sample and for the portfolios of mode 1 type) are presented in Figure 1 and Figure 2.

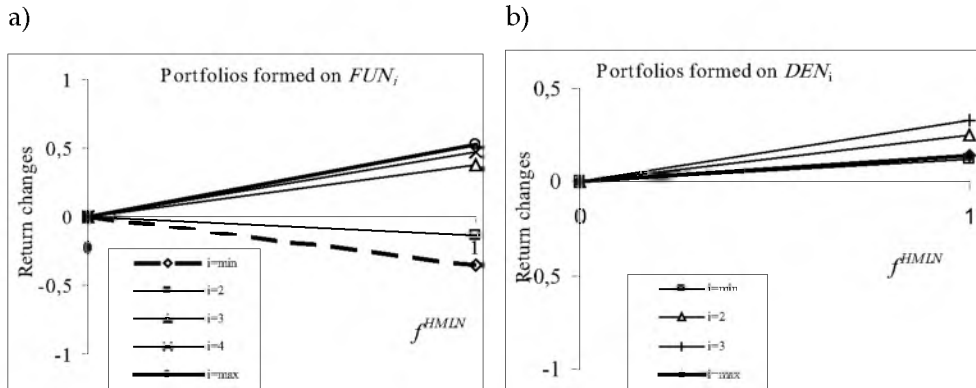


Figure 1. Influence of  $f^{HMLN}$  factor on returns of portfolios formed on *FUN* and *DEN*<sup>a</sup>

Figure 1 shows the influence of  $f^{HMLN}$  on returns of portfolios formed on *FUN* (Figure 1a) and *DEN* (Figure 1b). Portfolio for  $i = 1$  is formed on minimal value of *FUN* or *DEN*. Portfolio for  $i = 5$  is formed on maximal value of *FUN* or *DEN*. Negative-BV stocks are excluded from the portfolios. The sample period is from 1995 to 2010, 56 Quarters.

<sup>12</sup> Parameter values for the sub-periods, and for mode 2 are available on request.

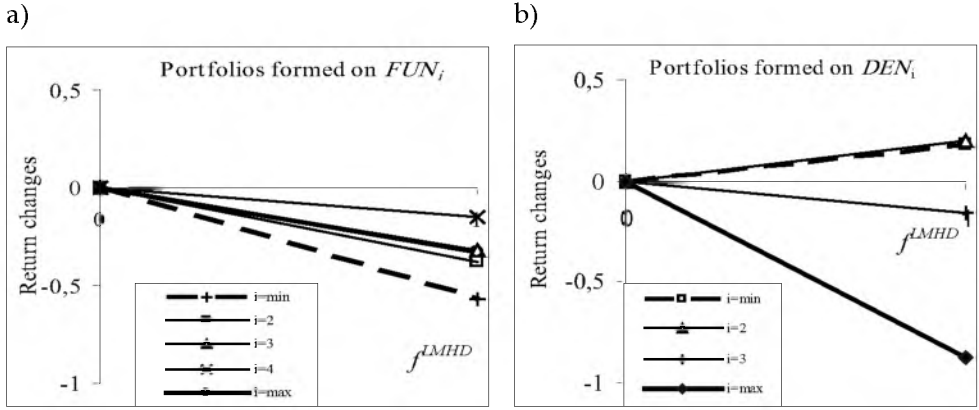


Figure 2. Influence of  $f^{LMHD}$  factor on returns of portfolios formed on  $FUN$  and  $DEN$ <sup>a</sup>

This figure shows the influence of  $f^{LMHD}$  on returns of portfolios formed on  $FUN$  (Figure 2a) and  $DEN$  (Figure 2b). Portfolio for  $i=1$  is formed on minimal value of  $FUN$  or  $DEN$ . Portfolio for  $i=5$  is formed on maximal value of  $FUN$  or  $DEN$ . Negative-BV stocks are excluded from the portfolios. The sample period is from 1995 to 2010, 56 Quarters.

The conducted research indicates that long investments in companies with large  $FUN$  or  $NUM$  values lead to higher returns for growing  $f^{HMLN}$  and decreasing  $f^{LMHD}$  values.

Long investments in companies with large  $DEN$  (low  $BV/MV$  and  $E/MV$ ) demonstrate higher returns for growing  $f^{HMLN}$  and decreasing  $f^{LMHD}$  values. However, long investments in companies with small  $DEN$  values (high  $BV/MV$  and  $E/MV$ ) demonstrate higher returns for growing  $f^{HMLN}$  and  $f^{LMHD}$  values. The values of the  $R^2$  coefficient reach high values at 90%.

Cross-section changes of risk components  $\beta_{i,HMLN}$  and  $\beta_{i,LMHD}$  are similar for the whole sample and the first sub-period. Beta distributions in the second sub-period, for portfolios formed on  $DEN$ , are similar, while these changes for portfolios formed on  $FUN$  and  $NUM$  are more difficult to interpret.

The values of parameters of regression (16) are presenting in Table 2. Coefficients  $\gamma_1 \equiv \gamma_{MO}$ ,  $\gamma_2 \equiv \gamma_{HMLN}$  and  $\gamma_3 \equiv \gamma_{LMHD}$  constitute systematic risk premium in terms of the factor connected with a market portfolio and the  $f^{HMLN}$  and  $f^{LMHD}$  factors.

The results for the whole sample are as follows: the risk premiums  $\gamma_{HMLN}$  and  $\gamma_{LMHD}$  estimated by three bootstrap methods are significantly higher than zero; these results for the portfolios formed on mode 1 and mode 2 are similar; however, if speculative stocks are not excluded from consideration,  $\gamma_{LMHD}$  estimated in “null” regression (also, in the second sub-period) is equal to zero.

The components  $\gamma_{HMLN}$  and  $\gamma_{LMHD}$  estimated by bootstrap are significantly higher than zero in the both sub-periods. The  $\gamma_{LMHD}$  component ranges from 4% in 1996–2005 to 8% in 2005–2010. However,  $\gamma_{HMLN}$  ranges from 6% in 1996–2005 to 2% in 2005–2010.

The component  $\gamma_{MO}$  estimated in “null” regression is insignificantly different from zero for all the tested periods. The corresponding  $p$ -values are higher than 0.19. However, the bootstrap estimations for the full sample and first sub-period indicate the significant positive results.

Table 2

The risk premium vector ( $\gamma$ ) values estimated from the second-pass regression for the aggregated three-factor model

$$r_{it} - RF_t = \gamma_0 + \gamma_{HMLN} \hat{\beta}_{i,HMLN} + \gamma_{LMHD} \hat{\beta}_{i,LMHD} + \gamma_{MO} \hat{\beta}_{i,MO} + \varepsilon_{it}, i = 1, \dots, 15; t = 1, \dots, T$$

Mode	Quantile bootstrap, $\theta^*$			BC $\alpha$ bootstrap, $\theta^*$		t-bootstrap	“null” regression	
	Parameter	$\hat{\theta}_{2.5\%}^*$	$\hat{\theta}_{97.5\%}^*$	$\hat{\theta}_{2.5\%}^*$	$\hat{\theta}_{97.5\%}^*$	$p$ -value <sup>a</sup>	$\hat{\theta}$	$p$ -value <sup>a</sup>

The sample period is from 1995 to 2010,  
 $T = 56$  Quarters

1	$\hat{\gamma}_0$	-0.12	-0.02	-0.09	-0.09	0.00	-0.09	0.14
	$\hat{\gamma}_{HMLN}$	0.03	0.06	0.03	0.08	0.00	0.05	0.02
	$\hat{\gamma}_{MO}$	0.01	0.11	0.05	0.18	0.00	0.07	0.21
	$\hat{\gamma}_{LMHD}$	0.01	0.06	0.02	0.08	0.00	0.04	0.11
2	$\hat{\gamma}_0$	-0.15	0.01	-0.10	-0.12	0.01	-0.08	0.32
	$\hat{\gamma}_{HMLN}$	0.03	0.08	0.04	0.10	0.00	0.05	0.01
	$\hat{\gamma}_{MO}$	-0.04	0.14	0.01	0.33	0.07	0.06	0.48
	$\hat{\gamma}_{LMHD}$	0.03	0.07	0.04	0.09	0.00	0.05	0.02

The sample period is from 1995 to 2005,  
 $T = 36$  Quarters

1	$\hat{\gamma}_0$	-0.14	-0.02	-0.11	-0.12	0.00	-0.09	0.12
	$\hat{\gamma}_{HMLN}$	0.03	0.08	0.04	0.11	0.00	0.06	0.03
	$\hat{\gamma}_{MO}$	0.01	0.12	0.04	0.20	0.00	0.08	0.19
	$\hat{\gamma}_{LMHD}$	0.01	0.06	0.02	0.09	0.00	0.04	0.13

The sample period is from 2005 to 2010,  
 $T = 20$  Quarters

1	$\hat{\gamma}_0$	-0.06	0.04	-0.02	-0.03	0.50	-0.01	0.85
	$\hat{\gamma}_{HMLN}$	<b>0.00</b>	<b>0.03</b>	<b>0.01</b>	<b>0.00</b>	0.14	0.01	0.64
	$\hat{\gamma}_{MO}$	-0.05	0.09	0.00	-0.04	0.46	0.02	0.82
	$\hat{\gamma}_{LMHD}$	-0.01	0.04	<b>0.01</b>	<b>0.00</b>	0.15	0.02	0.60
2	$\hat{\gamma}_0$	-0.17	0.09	<b>-0.10</b>	<b>-0.19</b>	0.34	-0.06	0.67
	$\hat{\gamma}_{HMLN}$	-0.01	0.05	0.01	-0.02	<b>0.03</b>	0.02	0.42
	$\hat{\gamma}_{MO}$	-0.12	0.14	-0.05	0.18	0.63	0.02	0.87
	$\hat{\gamma}_{LMHD}$	<b>0.04</b>	<b>0.11</b>	<b>0.07</b>	<b>0.15</b>	<b>0.00</b>	0.08	<b>0.00</b>

Regression parameters for all bootstrap iterations and “null” regression are estimated by GLS. Portfolios for  $i = 1-5$  are formed on *FUN*. Portfolios for  $i = 6-10$  are formed on *NUM*. Portfolios for  $i = 11-15$  are formed on *DEN*.  $\hat{\theta}_{2.5\%}^*$  is the bootstrapped value of the estimator for the 2.5% level and, similarly,  $\hat{\theta}_{97.5\%}^*$  is the bootstrapped value of the estimator for the 97.5% level. The bootstrap quantile is based on 10,000 data resamples. In mode 1 negative-BV stocks are excluded from the portfolios. In mode 2 speculative stocks are excluded from the portfolios. It is assumed that speculative stocks meet one of the following two conditions: 1)  $MV/BV > 100$  and  $r_{it} > 0$ , 2)  $ROE < 0$  and  $MV/BV > 30$  and  $r_{it} > 0$ , where  $MV$  is the stock market value,  $ROE$  is the return on book value (BV),  $r_{it}$  is the return of portfolio  $i$  in period  $t$ . <sup>a</sup> Corresponds to the significance test for model parameters in the null hypotheses. **Bold type** — the parameter is significantly different from zero at the level of 5%. *Italic type* — the parameter is significantly different from zero at the level of 10%.

The value of  $\gamma_{MO}$  for the second sub-period is equal to zero also for bootstrap and “null” estimations pointing toward the decisive impact of risk in terms of the  $f^{HMLN}$  and  $f^{LMHD}$  factors on cross-section returns. This indicates that  $f^{MO}$  does not appear to be important factor in ICAPM confirming the previous studies (see, for example, Fama and French (1992), Jagannathan and Wang (1996), Lettau and Ludvigson (2001) and Pekova (2006)).

Table 3

The results of multifactor efficiency tests

$$r_{it} - RF_t = \alpha_i + \beta_{i,HMLN} f_t^{HMLN} + \beta_{i,LMHD} f_t^{LMHD} + \beta_{i,MO} f_t^{MO} + e_{it}, t = 1, \dots, T; \forall i = 1, \dots, 15$$

Mode	Quantile bootstrap, $W^*$			W		GRS	
	$\hat{W}_{5\%}^*$	$\hat{W}_{10\%}^*$	$p\text{-value}$ ( $\chi^2$ )	Statistic value	$p\text{-value}$ ( $\chi^2$ )	Statistic value	$p\text{-value}$ (F)
Panel A: The sample period is from 1995 to 2010, $T = 56$ Quarters							
1	141.16	124.47	0.99	36.24	0.00	1.77	0.08
2	150.65	134.24	0.97	43.18	0.00	2.10	0.03
The sample period is from 1995 to 2010, $T = 36$ Quarters							
1	197.16	167.03	0.97	42.97	0.00	1.61	0.17
The sample period is from 2005 to 2010, $T = 20$ Quarters							
1	1140.63	787.38	0.65	166.53	0.00	1.39	0.50
2	2754.80	1825.96	0.99	57.43	0.00	0.48	0.84
Panel B: Chou and Zhou (2006), Fama-French's Factors							
Period: 1964–1993			0.03		<0.01		0.01
Panel C: Chou and Zhou (2006), CRSP index							
Period: 1926–1995			0.07		0.01		0.03
Period: 1986–1995			0.38		0.21		0.28

Panel A;  $H_0: \alpha_i = 0, \forall i = 1, \dots, n$ . W is the statistic of Wald. GRS is the  $F$ -statistic of Gibbons et al (1989). In mode 1 negative-BV stocks are excluded from the portfolios. In mode 2 speculative stocks are excluded from the portfolios. It is assumed that speculative stocks meet one of the following two conditions: 1)  $MV/BV > 100$  and  $r_{it} > 0$ , 2)  $ROE < 0$  and  $MV/BV > 30$  and  $r_{it} > 0$ , where  $MV$  is the stock market value,  $ROE$  is the return on book value ( $BV$ ),  $r_{it}$  is the return of portfolio  $i$  in period  $t$ .

In Panel B the authors examine the joint efficiency of the Fama-French's factors in:  $r_{it} - RF_t = \alpha_i + \beta_{i,HML} f_t^{HML} + \beta_{i,SMB} f_t^{SMB} + \beta_{i,MO} (RM_t - RF_t) + e_{it}$ , where  $r_{it}$ 's are monthly returns on 25 Fama-French's portfolios and  $RM_t - RF_t$  is the excess return on a market index. In Panel C the authors examine the efficiency of the CRSP value-weighted index in the standard market model:  $R_t = \alpha + \beta r_{pt} + e_t$ , where  $R_t$  is a vector of returns on 10 CRSP size decile portfolios in excess of the 30-day T-bill rate. The bootstrap quantile is based on 10,000 data resamples.

ME is tested under the assumption that errors of the regression (15) are iid. Also, we test the normality of residuals.<sup>13</sup> We employ three efficiency tests, the GRS test, the asymptotic Wald test and bootstrap tests. The empirical results are reported in Table 3. Under iid assumption, the asymptotic Wald test reject ME of the tested portfolios for all the investigated periods at the significance level below 1%. The GLS test rejects ME for the whole sample for portfolios formed under assumption mode 1 at the 8% significance level, and under assumption mode 2 at the 4% significance level.

However, the bootstrapped Wald test,  $W^*$ , does not reject efficiency for investigated periods. We may conclude that the aggregated tree-factor model generates ME portfolios on the WSE when stock returns are assumed to come from iid models.

Moreover, we also compare our ME results to other procedures implemented on American market; see Chou and Zhou (2006). The results are presented in Panel B and C of Table 3. The p-values obtained suggest a strong rejection. It is, nevertheless, quite interesting to observe that the bootstrap derived p-values are greater than the non-bootstrap ones.

## 5. CONCLUSIONS

The usage of bootstrap to test the ICPM application proposed by Urbański (2011) is presented for WSE stocks. The conducted research leads to the following conclusions:

1. The use of bootstrap procedures allows for an accurate assessment of return changes as compared with classical asymptotic methods.
2. Long investments in companies with large  $FUN$  or  $NUM$  demonstrate higher returns for growing  $f^{HMLN}$  and decreasing  $f^{LMHD}$  values.
3. Long investments in companies with large  $DEN$  (low  $BV/MV$  and  $E/MV$ ) demonstrate higher returns for growing  $f^{HMLN}$  and decreasing  $f^{LMHD}$  values.
4. Long investments in companies with small  $DEN$  values (high  $BV/MV$  and  $E/MV$ ) record higher returns for growing  $f^{HMLN}$  and  $f^{LMHD}$  values.
5. Estimates of systematic risk components for test cases using classical procedures and bootstrap methods are similar.
6. The cross-section changes of systematic risk component, for the portfolios formed on the basis of all analyzed stocks (Mode 1) and stocks with the exception the speculative stocks (Mode 2), are similar.
7. The risk premium components estimated by bootstrap are significantly different from zero in all tested cases.

---

<sup>13</sup> The Shapiro–Wilk tests confirm the residuals normality for the whole sample in 9 out of 15 tested portfolios.

8. If speculative stocks are not excluded from consideration, risk premium component,  $\gamma_{LMHD}$  estimated in "null" regression is insignificantly different from zero in all tested periods.
9. The risk premium  $\gamma_{HMLN}$  (determining the investor sensitivity to financial results) equals approx. 6% per quarter in the first sub-period and decreases to 1% in the second sub-period.
10. The risk premium  $\gamma_{LMHD}$  (determining the investor sensitivity to the value) equals approx. 4% per quarter in the first sub-period and grows in the second sub-period to 8%, after the elimination of speculative stocks.
11. GRS and asymptotic Wald tests reject ME of the most portfolios simulated by the tested ICAPM application. However, the bootstrapped Wald test does not reject efficiency for the tested cases.

## REFERENCES

- Bolt TW, Miłobędzki P (2002), *Weryfikacja modelu CAPM dla giełdy warszawskiej*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, No. 952, 89–95 (in Polish).
- Chou PH, Zhou G. (2006), *Using Bootstrap to Test Portfolio Efficiency*, Annals of Economics and Finance, 2, 217–249.
- Cochrane J. (2001), *Asset Pricing*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Davison A.C., Hinkley D.V. (1999), *Bootstrap Methods and their Applications*, Cambridge, University Press.
- Efron B., Tibshirani R.J. (1993), *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman and Hall CRC, New York.
- Fama E.F., French K.R. (1992), *The Cross-Section of Expected Stock Returns*, Journal of Finance, 47, 2, 427–465.
- Fama E.F., French K.R. (1993), *Common risk factors in the returns on stock and bonds*, Journal of Financial Economics, 33, 3–56.
- Fama E.F., French K.R. (1995), *Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns*, Journal of Finance, 50, 131–155.
- Gibbons M.R., Ross S.A., Shanken J. (1989), *A Test of the Efficiency of a Given Portfolio*, Econometrica, 57, 1121–1152.
- Gurgul H., Majdosz P (2007), *Stock Prices and Resignation of Members of the Board: The Case of the Warsaw Stock Exchange*, Managing Global Transitions, University of Primorska, Faculty of Management Koper, 5, 2, 179–192.
- Jagannathan R., Wang Z. (1996), *The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns*, Journal of Finance, 51, 1, 3–53.
- Jajuga K. (2000), *Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław (in Polish).
- Lahiri S. (2003), *Resampling Methods for Dependent Data*, Springer Verlag.
- Leśkow J., Lenart L., Synowiecki R. (2008), *Subsampling in estimation of autocovariance for PC time series*, Journal of Time Series Analysis, 29, 995–1018.
- Leśkow J., Dudek A., Paparoditis S., Politis D. (2014), *A generalized block bootstrap for seasonal time series*, accepted to Journal of Time Series Analysis.
- Lettau M., Ludvigson S. (2001), *Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Stock Returns*, Journal of Finance, 56, 3, 815–849.



- Osiewalski J., Pipień M. (2004), *Bayesian Comparison of Bivariate ARCH-Type Models for the Main Exchange Rates in Poland*, *Journal of Econometrics*, 123, 371–391.
- Osińska M., Romański J. (1994), *Testing for ARCH effects at the Warsaw Stock Exchange. Problems of Building and Estimation of Econometric Models*, *Proceedings of MACROMODELS'93*, Łódź.
- Petkova R. (2006), *Do the Fama–French Factors Proxy for Innovations in Predictive Variables?*, *Journal of Finance*, 61, 2, 581–612.
- Politis D. (1999), *Subsampling*, Springer Verlag.
- Shanken J. (1992), *On the Estimation of Beta-Pricing Models*, *The Review of Financial Studies*, 5, 1–33.
- Urbański S. (2011), *Modelowanie równowagi na rynku kapitałowym — weryfikacja empiryczna na przykładzie akcji notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie*, *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, Katowice (in Polish).
- Urbański S. (2012a), *Model CAPM w świetle spekulacji na polskim rynku akcji*, *Zeszyty Naukowe, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, No 106, 263–272 (in Polish).
- Urbański S. (2012b), *Multifactor Explanations of Returns on the Warsaw Stock Exchange in Light of the ICAPM*, *Economic Systems*, 36, 552–570.
- Zarzecki D., Byrka-Kita K., Wiśniewski T., Kisielewska M. (2004–2005), *Test of the Capital Asset Pricing Model: Polish and Developer Markets Experiences*, *Folia Oeconomica Stetiniensia*, 11–12, 63–84.



## ZMIANY STRUKTURY FUNKCJONALNO-PRZESTRZENNEJ TERENÓW ZABUDOWANYCH I ZURBANIZOWANYCH DAWNYCH MIAST PRZEMYSŁOWYCH W REGIONIE WSCHODNIM

EWA KUBEJKO-POLAŃSKA

Wydział Ekonomii Uniwersytetu Rzeszowskiego

*e-mail: ekubejko@ur.edu.pl*

### ABSTRACT

E. Kubejko-Polańska. *Changes of the spatial and functional structure of built-up and urban areas of the former monofunctional cities of the Eastern Region. Folia Oeconomica Cracoviensia 2014, 55: 35–60.*

The main goal of the conducted research was to get to know and assess the impact of socio-economic changes after 1989 on city space development in 26 monofunctional cities of the Eastern Region in market economy conditions. In this research the definition of monofunctional cities refers to industrial cities. Into account has been taken changes of functional organization in the cities, i.e. changes of structure of built-up areas and urban areas for the years 2002–2010.

### STRESZCZENIE

W opracowaniu przeanalizowano przemiany funkcjonalno-przestrzenne w 26 miastach Regionu Wschodniego, których rozwój społeczno-gospodarczy i przestrzenny przed 1989 rokiem determinowany był w głównej mierze działalnością przemysłową. Określono kierunki i tempo zmian zachodzących w strukturze użytkowania terenów zabudowanych i zurbanizowanych za lata 2002–2010, w monofunkcyjnych miastach przemysłowych w warunkach gospodarki rynkowej.

### KEY WORDS — SŁOWA KLUCZOWE

industrial cities, functional and spatial structure, built-up and urban areas  
miasta przemysłowe, struktura funkcjonalno-przestrzenna, tereny zabudowane  
i zurbanizowane

## 1. WPROWADZENIE

Współcześnie miasto określane jest jako miejsce życia i pracy ludzi, którzy trudnią się świadczeniem usług, handlem i coraz rzadziej działalnością przemysłową. Specyficzną cechą miast są charakterystyczne zachowania oraz typowo miejski styl życia ludzi, tworzących grupę ich mieszkańców, tzw. społeczność miejską. Różnorodność funkcji, które spełnia miasto na rzecz jego mieszkańców i otoczenia powoduje zjawisko wewnętrznego różnicowania się struktury przestrzennej miasta. W celu zaspokajania potrzeb tej społeczności powstają złożone kompleksy funkcjonalne oraz typowo miejskie elementy infrastruktury technicznej i społecznej. Tworzy się w ten sposób specyficzna forma zagospodarowania terenu, czyli wielokrotnie złożona i zorganizowana przestrzeń miejska.

Struktura przestrzenna miasta jest świadectwem jego dziejów, a zmiany, które zachodzą w gospodarce, polityce i organizacji społecznej życia miejskiego, mają istotny wpływ na przekształcenia i modyfikację sposobu użytkowania i organizowania przestrzeni miejskiej. W wyniku tego pojawiają się nowe elementy, nowe wzory użytkowania przestrzeni, nowe funkcje pewnych miejsc, zmienia się szata symboliczna miasta, znaczenie i sposób funkcjonowania niektórych obszarów i pojawiają się nowi użytkownicy; zob. Karwińska (2008). Natomiast pojęcie struktury funkcjonalno-przestrzennej miasta odnosi się do rozmieszczenia i wzajemnego oddziaływania działalności miejskich. Podstawę jej określania stanowią badania nad użytkowaniem terenów miejskich i rozmieszczeniem głównych typów użytków i działalności miejskich. W tym sensie struktura funkcjonalno-przestrzenna miasta utożsamiana jest z użytkowaniem ziemi w danym ośrodku; zob. Maik (1997). Decydujący wpływ na rozmieszczenie określonych typów terenów oraz ich udział w strukturze przestrzennej danego ośrodka mają m.in.: wielkość miasta, struktura funkcjonalna, warunki fizyczno-geograficzne oraz cechy ludności, które kształtują zapotrzebowanie na określony rodzaj działalności; zob. Liszewski (1973).

Badania nad przestrzenią miast oraz złożonością ich struktur przestrzennych prowadziło wielu autorów w różnych przekrojach czasowych — por. m.in.: Korcelli (1974), Wallis (1977), Regulski (1986). Jednakże, z uwagi na dynamicznie zmieniające się uwarunkowania rozwoju ośrodków miejskich, ciągle aktualną jest potrzeba analizy i interpretacji kierunków przemian zachodzących w tym obszarze. Szczególnym wyzwaniem są badania porównawcze, obejmujące większą ilość analizowanych ośrodków. Wynika to w głównej mierze z wieloaspektywności podejmowanej problematyki oraz trudności w zdobyciu odpowiedniego materiału empirycznego.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Istnieją istotne ograniczenia w możliwościach porównywania struktury użytkowania ziemi z wykorzystaniem gromadzonych od 1970 roku danych z ewidencji gruntów w wybranych przekrojach terytorialnych i czasowych. Po pierwsze, zasadniczą wadą wykazów gruntów sporządzanych w latach 70-tych i 80-tych XX wieku jest agregacja danych m.in. dla kategorii nazwanej terenami osiedlowymi.

Głównym celem podjętych badań było wskazanie przemian funkcjonalno-przestrzennych w dawnych miastach przemysłowych Regionu Wschodniego<sup>2</sup>, poprzez określenie kierunków i tempa zmian zachodzących w strukturze użytkowania terenów zabudowanych i zurbanizowanych. Analizą objęto 26 ośrodków położonych w Regionie Wschodnim, których rozwój społeczno-gospodarczy i przestrzenny przed 1989 rokiem determinowany był w głównej mierze działalnością przemysłową. Oznacza to, iż rozwijające się w tych miastach funkcje dodatkowe również powiązane były z przemysłem, tym samym ich rozwój przestrzenny warunkowany był rozwojem działalności produkcyjnej.

Wybór przedziału czasowego analizy podyktowany był możliwością wnioskowania o przemianach przestrzennych niektórych kategorii terenów, np. mieszkaniowych czy przemysłowych. Nie jest to możliwe z zastosowaniem obowiązującego przed 2001 rokiem podziału na formy użytkowania ziemi, wprowadzonego w Zarządzeniu Ministrów Rolnictwa i Gospodarki Komunalnej z dnia 20 lutego 1969 roku. Tym samym dane o strukturze użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w poszczególnych miastach, porównywalne do roku 2010, mogą pochodzić najwcześniej z wykazów z ewidencji gruntów sporządzonych dla 2002 roku. Dlatego też przeprowadzone w niniejszym opracowaniu badanie obejmuje lata 2002–2010.

Analizę przemian w obszarze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych przeprowadzono w oparciu o dwie metody analizy statystycznej, tj. analizę skupień — zob. Dobosz (2001) i jednoczynnikową analizę wariancyjną — zob. Dobosz (2001), Stanisz (1998). W obliczeniach zastosowano metodę aglomeracji Warda. Podstawą grupowania były odległości euklidesowe. Wyniki analizy każdorazowo interpretowano na dendrogramie, na którym wyznaczano jednorodne skupienia miast monofunkcyjnych Regionu Wschodniego w oparciu o wykres odległości wiązania względem etapów wiązania (wykres przebiegu aglomeracji). Jednorodne skupienia miast wyznaczano na podstawie określonych grup cech prezentujących poszczególne formy użytkowania ziemi. Pozwoliło to na sformułowanie bardziej szczegółowych wniosków na temat przemian struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w miastach monofunkcyjnych Regionu Wschodniego.

---

W ich obszarze przyjęto podział na tereny zabudowane, niezabudowane oraz tereny zieleni. Uniemożliwia to wyodrębnienie, a tym samym czasowe i przestrzenne analizy porównawcze zmian w zakresie np. terenów mieszkaniowych czy przemysłowych. Dodatkowe utrudnienie dla porównań czasowych wynika również z późniejszych korekt grupowania poszczególnych typów gruntów, związanych z nowymi ustawami w zakresie użytkowania przestrzeni. Po drugie, zmiany obiegu dokumentacji ewidencyjnej powstałe m.in. w wyniku reform administracyjnych w Polsce z 1975 i 1999 roku oraz niezaliczenie zestawień GEOD-EG na żadnym szczeblu administracyjnym do kategorii archiwalnego przechowywania wieczystego, spowodowało utratę większości szczegółowych danych sporządzanych rokrocznie w urzędach miejskich (niejednokrotnie w wersji papierowej nawet do 2002 roku). Z dostępności jednolitych (cyfrowych) zestawień struktury użytkowania gruntów wynika, iż szczegółowe analizy możliwe są dopiero począwszy od 2002 roku.

<sup>2</sup> Określanych również jako miasta monofunkcyjne lub monofunkcyjne ośrodki przemysłowe.

## 2. PRZEMIANY STRUKTURY UŻYTKOWANIA GRUNTÓW ZABUDOWANYCH I ZURBANIZOWANYCH

Do analizy zmian struktury użytkowania terenów w obszarze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych wszystkich 26 miast monofunkcyjnych Regionu Wschodniego, przyjęto podział na formy użytkowania ziemi wyróżnione w obowiązującym w 2010 roku Rozporządzeniu Ministra Rozwoju Regionalnego i Budownictwa z dnia 29 marca 2001 roku. Według przyjętego do analizy podziału w grupie użytków zabudowanych i zurbanizowanych wyróżnia się: tereny mieszkaniowe, tereny przemysłowe, inne tereny zabudowane, zurbanizowane tereny niezabudowane, tereny rekreacyjno-wypoczynkowe, tereny komunikacyjne (drogi, tereny kolejowe, inne tereny komunikacyjne) oraz użytki kopalne.

Weryfikację kierunków przemian struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych rozpoczęto od przedstawienia zmian powierzchni ogólnej wszystkich 26 analizowanych miast monofunkcyjnych Regionu Wschodniego w latach 2002–2010 (Tabela 1). W przypadku 6 miast powierzchnia całkowita gruntów poszczególnych ośrodków nie uległa zmianom, 8 miast nieznacznie zmniejszyło swoją powierzchnię, natomiast 12 ośrodków w niewielkim stopniu ją zwiększyło. Korekty powierzchni obszarów miejskich były stosunkowo niewielkie i wahały się w granicach od -47 ha dla Mielca do +70 ha dla Małogoszczy. Zatem najistotniejsze zmiany udziału procentowego obszarów zabudowanych i zurbanizowanych (w całkowitej powierzchni miasta), w większości przypadków podyktowane były zmianami (bezwzględny przyrost lub ubytek) powierzchni tych gruntów.

Przyrost bezwzględny powierzchni gruntów zabudowanych i zurbanizowanych nastąpił łącznie w 19 z 26 miast monofunkcyjnych. Największe powierzchniowe zmiany odnotowano w Łapach, gdzie przyrost powierzchni gruntów zabudowanych i zurbanizowanych (w stosunku do roku bazowego)<sup>3</sup> nastąpił o 237 ha. W konsekwencji dało to zmianę udziału obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w ogólnej powierzchni Łap o ponad 19 punktów procentowych. Bezwzględna powierzchnia gruntów zabudowanych i zurbanizowanych wzrosła również znacząco w Mielcu, Starachowicach, Czarnej Białostockiej, Ostrowcu Świętokrzyskim i Świdniku.

---

<sup>3</sup> W przypadku 3 miast monofunkcyjnych należących do woj. podlaskiego (tj. Łap, Wasilkowa i Czarnej Białostockiej) dane wykorzystane do analizy przemian przestrzennych pochodzą z 2004 i 2010 r. Z uwagi na brak możliwości uzyskania porównywalności danych opracowywanych przez Białostocki Urząd Powiatowy dla 2002 i 2003 r., wykorzystano porównywalne opracowania dla 2004 r.

Tabela 1

Zmiana udziału obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w powierzchni ogólnej miast  
monofunkcyjnych Regionu Wschodniego w latach 2002–2010

Lp.	Miasto	Woj.	2002			2010			2002–2010		
			Pow. ogólna miasta [ha]	Pow. gruntów zabudowanych i zurbanizowanych [ha]	Udział obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w całości gruntów [%]	Pow. ogólna miasta[ha]	Pow. gruntów zabudowanych i zurbanizowanych [ha]	Udział obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w całości gruntów [%]	Zmiana pow. ogólnej [ha]	Zmiana pow. gruntów zabudowa- nych i zurbanizowanych [ha]	Zmiana udziału obszarów zabu- dowanych i zurbanizowanych w całości gruntów [%]
1	Świdnik	lub.	2035	661	32,48	2035	762	37,44	0	101	4,96
2	Rejowiec Fab.	lub.	1436	332	23,12	1428	282	19,75	-8	-50	-3,37
3	Poniatowa	lub.	1520	175	11,51	1526	192	12,58	6	17	1,07
4	Kraśnik	lub.	2528	825	32,63	2552	723	28,33	24	-102	-4,30
5	Jedlicze	podkarp.	1060	431	40,66	1060	277	26,13	0	-154	-14,53
6	Nowa Sarzyna	podkarp.	915	296	32,35	915	224	24,48	0	-72	-7,87
7	Mielec	podkarp.	4736	1630	34,42	4689	1780	37,96	-47	150	3,54
8	Kańczuga	podkarp.	761	90	11,83	760	85	11,18	-1	-5	-0,65
9	Sędziszów Mhp.	podkarp.	994	257	25,86	996	263	26,41	2	6	0,55
10	Rymanów	podkarp.	1239	116	9,36	1239	122	9,85	0	6	0,49
11	Zagórz	podkarp.	2239	276	12,33	2229	230	10,32	-10	-46	-2,01
12	Stalowa Wola	podkarp.	8241	1682	20,41	8252	1526	18,49	11	-156	-1,92
13	Nowa Dęba	podkarp.	1631	249	15,27	1670	271	16,23	39	22	0,96
14	Czarna Biał.	podl.	1428	186	13,03	1428	317	22,20	0	131	9,17
15	Łapy	podl.	1190	187	15,71	1214	424	34,93	24	237	19,22
16	Wasiłków	podl.	2815	458	16,27	2826	496	17,55	11	38	1,28
17	Polanec	św.	1721	173	10,05	1741	221	12,69	20	48	2,64
18	Starachowice	św.	3185	1268	39,81	3183	1416	44,49	-2	148	4,68
19	Suchedniów	św.	5951	189	3,18	5942	250	4,21	-9	61	1,03
20	Ostrowiec Św.	św.	4578	2012	43,95	4643	2132	45,92	65	120	1,97
21	Ćmielów	św.	1329	155	11,66	1334	178	13,34	5	23	1,68

Tabela 1

Lp.	Miasto	Woj.	2002			2010			2002–2010		
			Pow. ogólna miasta [ha]	Pow. gruntów zabudowanych i zurbanizowanych [ha]	Udział obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w całości gruntów [%]	Pow. ogólna miasta [ha]	Pow. gruntów zabudowanych i zurbanizowanych [ha]	Udział obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w całości gruntów [%]	Zmiana pow. ogólnej [ha]	Zmiana pow. gruntów zabudowanych i zurbanizowanych [ha]	Zmiana udziału obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w całości gruntów [%]
22	Kunów	św.	727	97	13,34	726	138	19,01	-1	41	5,67
23	Ożarów	św.	778	115	14,78	779	117	15,02	1	2	0,24
24	Końskie	św.	1772	655	36,96	1770	691	39,04	-2	36	2,08
25	Stąporków	św.	1094	224	20,48	1094	234	21,39	0	10	0,91
26	Małogoszcz	św.	898	141	15,70	968	182	18,80	70	41	3,10

Źródło: opracowanie własne.

Największy ubytek (uwzględniając wartości bezwzględne) miał miejsce w Stalowej Woli, Jedliczach i Kraśniku. Natomiast biorąc pod uwagę zmiany udziału obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w ogólnej powierzchni gruntów miasta — w Jedliczach, Nowej Sarzynie, Kraśniku i Rejowcu Fabrycznym (Tabela 1).

Z analizy zmian powierzchni ogólnej oraz udziału terenów zabudowanych i zurbanizowanych w poszczególnych ośrodkach w okresie od 2002 do 2010 r. wynika, iż przemiany przestrzenne (odzwierciedlające się w zmianie struktury użytkowania gruntów) związane były w głównej mierze z procesem sukcesji funkcjonalnej.

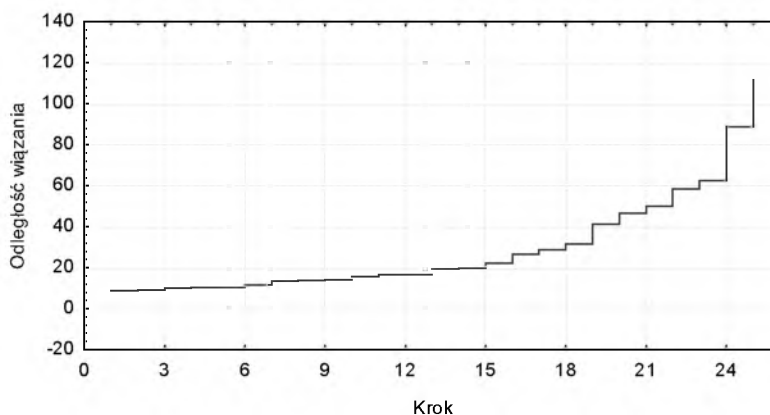
W celu określenia kierunków przemian oraz wskazania ich przyczyn (za pomocą metody Warda), wyznaczono skupienia 26 miast monofunkcyjnych Regionu Wschodniego jednorodne pod względem:

- struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w 2010 roku,
- zmian struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w latach 2002–2010.

Grupowania miast dokonano na podstawie wielowymiarowego układu kryteriów (9 cech), charakteryzujących strukturę użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w granicach administracyjnych badanych miast (Tabela 2).



Wyniki analizy interpretowano wykorzystując dendrogramy (Rys. 2 i 4), na których wyznaczano skupienia w oparciu o wykresy odległości wiązania względem etapów wiązania (wykresy przebiegu aglomeracji — Rys. 1 i 3).



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 1. Wykres przebiegu aglomeracji badanych miast na podstawie struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w 2010 r.

Tabela 2

Zmiany struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w miastach monofunkcyjnych Regionu Wschodniego w latach 2002–2010

Lp.	Miasto	Rok	Grunty zabudowane i zurbanizowane [%]									
			Tereny mieszkaniowe	Tereny przemysłowe	Inne tereny zabudowane	Zurbanizowane tereny niezabudowane	Tereny rekreacyjno-wypoczynkowe	Drogi	Tereny kolejowe	Inne tereny komunikacyjne	Użytki kopalne	Razem
1	Świdnik	2002	24,81	18,15	6,96	1,07	4,24	19,21	6,66	18,91	0,00	100
		2010	25,07	14,04	10,50	0,92	4,59	21,26	4,86	18,77	0,00	100
		2002–2010	0,26	4,11	3,54	0,15	0,35	2,05	1,80	0,14	0,00	0
2	Rejowiec Fab.	2002	9,94	17,17	3,61	6,63	4,22	13,55	12,35	0,00	32,53	100
		2010	10,28	17,73	6,38	0,35	5,32	17,38	14,54	0,00	28,01	100
		2002–2010	0,34	0,56	2,77	6,28	1,10	3,83	2,19	0,00	4,52	0

Tabela 2

Lp.	Miasto	Rok	Grunty zabudowane i zurbanizowane [%]									
			Tereny mieszkaniowe	Tereny przemysłowe	Inne tereny zabudowane	Zurbanizowane tereny niezabudowane	Tereny rekreacyjno-wypoczynkowe	Drogi	Tereny kolejowe	Inne tereny komunikacyjne	Użytki kopalne	Razem
3	Poniatowa	2002	20,57	17,71	19,43	2,29	12,00	24,57	3,43	0,00	0,00	100
		2010	14,58	17,71	18,75	1,56	18,23	26,04	2,60	0,52	0,00	100
		2002–2010	5,99	0,00	0,68	0,73	6,23	1,47	0,83	0,52	0,00	0
4	Krasńnik	2002	34,42	9,70	21,09	9,33	4,12	18,06	3,27	0,00	0,00	100
		2010	26,14	13,28	23,51	7,33	5,53	20,33	3,73	0,14	0,00	100
		2002–2010	8,28	3,58	2,42	2,00	1,41	2,27	0,46	0,14	0,00	0
5	Jedlicze	2002	24,59	20,19	2,78	37,82	1,62	9,98	2,78	0,23	0,00	100
		2010	38,27	34,66	4,33	1,08	2,53	14,44	4,33	0,36	0,00	100
		2002–2010	13,68	14,47	1,55	36,74	0,91	4,46	1,55	0,13	0,00	0
6	Nowa Sarzyna	2002	17,57	22,64	10,14	23,65	3,38	13,85	8,78	0,00	0,00	100
		2010	19,20	33,04	12,50	0,45	3,57	20,09	11,16	0,00	0,00	100
		2002–2010	1,63	10,40	2,36	23,20	0,19	6,24	2,38	0,00	0,00	0
7	Mielec	2002	27,98	16,13	8,10	6,87	5,83	15,71	2,33	16,81	0,25	100
		2010	29,21	17,13	8,54	6,80	4,83	16,24	1,97	15,28	0,00	100
		2002–2010	1,23	1,00	0,44	0,07	1,00	0,53	0,36	1,53	0,25	0
8	Kańczuga	2002	40,00	5,56	15,56	1,11	7,78	27,78	2,22	0,00	0,00	100
		2010	28,24	11,76	18,82	2,35	5,88	30,59	2,35	0,00	0,00	100
		2002–2010	11,76	6,20	3,26	1,24	1,90	2,81	0,13	0,00	0,00	0
9	Sędziszów Mhp.	2002	34,24	14,79	5,06	5,06	5,45	22,57	12,84	0,00	0,00	100
		2010	30,80	14,45	7,98	5,70	4,18	24,71	11,79	0,38	0,00	100
		2002–2010	3,44	0,34	2,92	0,64	1,27	2,14	1,05	0,38	0,00	0
10	Rymanów	2002	18,97	3,45	8,62	10,34	11,21	47,41	0,00	0,00	0,00	100
		2010	25,41	6,56	11,48	0,00	10,66	45,90	0,00	0,00	0,00	100
		2002–2010	6,44	3,11	2,86	10,34	0,55	1,51	0,00	0,00	0,00	0
11	Zagórz	2002	32,25	14,49	3,26	5,80	2,54	25,00	16,67	0,00	0,00	100
		2010	23,91	16,52	3,91	0,87	3,48	31,30	20,00	0,00	0,00	100
		2002–2010	8,34	2,03	0,65	4,93	0,94	6,30	3,33	0,00	0,00	0

Tabela 2

Lp.	Miasto	Rok	Grunty zabudowane i zurbanizowane [%]									
			Tereny mieszkaniowe	Tereny przemysłowe	Inne tereny zabudowane	Zurbanizowane tereny niezabudowane	Tereny rekreacyjno-wypoczynkowe	Drogi	Tereny kolejowe	Inne tereny komunikacyjne	Użytki kopalne	Razem
12	Stalowa Wola	2002	16,23	33,23	5,35	17,06	11,71	12,60	3,63	0,18	0,00	100
		2010	25,82	37,35	7,47	2,29	7,67	15,14	3,87	0,39	0,00	100
		2002–2010	9,59	4,12	2,12	14,77	4,04	2,54	0,24	0,21	0,00	0
13	Nowa Dęba	2002	23,69	5,22	8,03	5,22	10,44	27,71	6,02	13,65	0,00	100
		2010	21,40	7,38	9,59	3,32	10,70	29,15	18,08	0,37	0,00	100
		2002–2010	2,29	2,16	1,56	1,90	0,26	1,44	12,06	13,28	0,00	0
14	Czarna Biał.	2002	5,91	30,11	1,08	0,54	2,15	27,42	32,80	0,00	0,00	100
		2010	33,75	22,40	6,31	0,32	2,52	18,30	16,40	0,00	0,00	100
		2002–2010	27,84	7,71	5,23	0,22	0,37	9,12	16,40	0,00	0,00	0
15	Łapy	2002	2,14	0,00	0,53	0,00	0,53	39,04	56,68	1,07	0,00	100
		2010	41,27	9,20	12,74	0,00	1,18	17,69	17,45	0,47	0,00	100
		2002–2010	39,13	9,20	12,21	0,00	0,65	21,35	39,23	0,60	0,00	0
16	Wasilków	2002	26,64	7,86	7,42	5,24	5,02	25,98	20,96	0,00	0,87	100
		2010	29,44	8,47	10,28	3,63	4,03	25	18,95	0	0,2	100
		2002–2010	2,80	0,61	2,86	1,61	0,99	0,98	2,01	0,00	0,67	0
17	Potaniec	2002	30,06	0,58	14,45	5,20	5,20	42,20	2,31	0,00	0,00	100
		2010	34,84	0,45	14,93	4,07	4,52	37,56	3,62	0,00	0,00	100
		2002–2010	4,78	0,13	0,48	1,13	0,68	4,64	1,31	0,00	0,00	0
18	Starachowice	2002	35,57	19,56	12,46	5,99	3,79	16,56	6,07	0,00	0,00	100
		2010	41,53	18,86	11,30	4,31	2,82	15,82	5,37	0,00	0,00	100
		2002–2010	5,96	0,70	1,16	1,68	0,97	0,74	0,70	0,00	0,00	0
19	Suchedniów	2002	1,59	14,81	4,23	0,53	3,17	46,03	26,46	0,00	3,17	100
		2010	17,20	10,80	8,40	3,20	2,40	31,20	18,00	0,00	8,80	100
		2002–2010	15,61	4,01	4,17	2,67	0,77	14,83	8,46	0,00	5,63	0
20	Ostrowiec Św.	2002	25,20	19,14	29,37	3,33	5,96	14,61	2,09	0,15	0,15	100
		2010	30,11	17,96	25,28	4,50	4,50	15,48	1,92	0,09	0,14	100
		2002–2010	4,91	1,18	4,09	1,17	1,46	0,87	0,17	0,06	0,01	0

Tabela 2

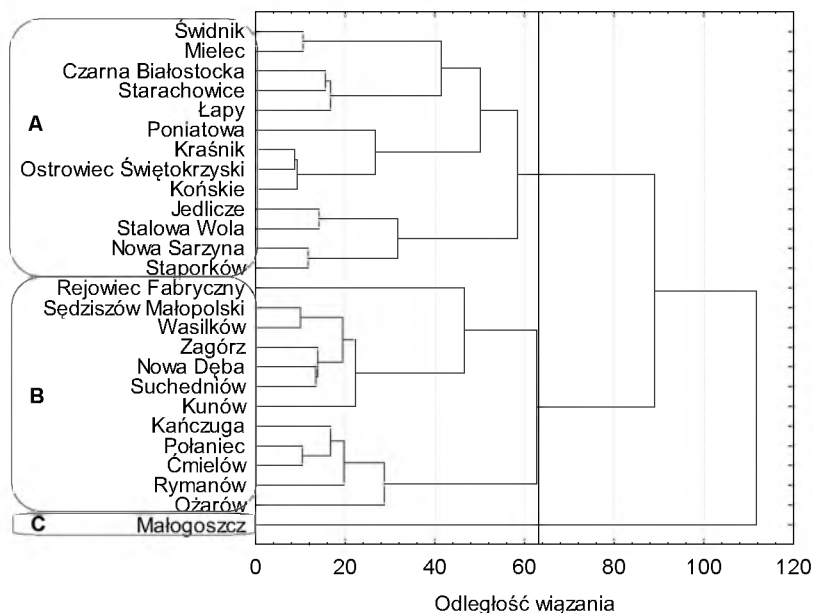
Lp.	Miasto	Rok	Grunty zabudowane i zurbanizowane [%]									
			Tereny mieszkaniowe	Tereny przemysłowe	Inne tereny zabudowane	Zurbanizowane tereny niezabudowane	Tereny rekreacyjno-wypoczynkowe	Drogi	Tereny kolejowe	Inne tereny komunikacyjne	Użytki kopalne	Razem
21	Ćmielów	2002	20,65	5,16	9,03	7,74	7,10	40,00	10,32	0,00	0,00	100
		2010	32,02	5,06	8,99	4,49	6,18	34,27	8,99	0,00	0,00	100
		2002–2010	11,37	0,10	0,04	3,25	0,92	5,73	1,33	0,00	0,00	0
22	Kunów	2002	29,90	0,00	2,06	0,00	1,03	25,77	41,24	0,00	0,00	100
		2010	21,74	16,67	12,32	0,72	1,45	18,84	28,26	0,00	0,00	100
		2002–2010	8,16	16,67	10,26	0,72	0,42	6,93	12,98	0,00	0,00	0
23	Ożarów	2002	23,48	6,96	13,04	19,13	5,22	25,22	6,96	0,00	0,00	100
		2010	23,08	7,69	12,82	19,66	4,27	25,64	6,84	0,00	0,00	100
		2002–2010	0,40	0,73	0,22	0,53	0,95	0,42	0,12	0,00	0,00	0
24	Końskie	2002	22,44	21,83	20,92	4,58	8,24	16,95	4,58	0,46	0,00	100
		2010	24,75	20,26	19,97	5,50	7,96	16,79	4,34	0,43	0,00	100
		2002–2010	2,31	1,57	0,95	0,92	0,28	0,16	0,24	0,03	0,00	0
25	Stąporków	2002	12,05	30,36	8,04	1,79	4,91	21,88	19,20	1,79	0,00	100
		2010	13,68	29,91	8,97	3,85	3,42	20,51	19,66	0,00	0,00	100
		2002–2010	1,63	0,45	0,93	2,06	1,49	1,37	0,46	1,79	0,00	0
26	Małogoszcz	2002	0,00	0,00	89,36	0,00	1,42	1,42	0,00	0,00	7,80	100
		2010	11,54	1,10	73,63	0,55	0,00	7,14	0,00	0,00	6,04	100
		2002–2010	11,54	1,10	15,73	0,55	1,42	5,72	0,00	0,00	1,76	0

Źródło: opracowanie własne.

W celu udzielenia odpowiedzi na pytanie, czy pomiędzy wyznaczonymi w analizie skupieniami występuje zróżnicowanie poziomu poszczególnych cech (9 form użytkowania ziemi w miastach) w 2010 roku, przeprowadzono jednoczynnikową analizę wariancyjną — testem F Fishera–Snedecora (Tabela 3). Hipotezę zerową mówiącą o braku istotnego zróżnicowania średnich wartości w grupach odrzucano, gdy wartość obliczona F była wyższa od granicznej (przy przyjętym poziomie istotności  $\alpha=0,05$ ). Analizę *post-hoc* wykonywano testem NIR, co pozwoliło to na wskazanie jednorodnych grup średnich arytmetycz-

nych (Tabela 3). Obliczenia te wykonano po wstępnym pozytywnym zweryfikowaniu założenia o równości wariancji w badanych podgrupach.

Analizując wykres przebiegu aglomeracji badanych miast dla 2010 roku (Rys. 1), można wskazać krok 24 (odległość aglomeracyjna równa 63), po którym nastąpił pierwszy wyraźny skokowy wzrost poziomu krzywej. Stanowiło to podstawę do ustalenia liczby skupień w oparciu o strukturę użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w 2010 roku.



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 2. Dendrogram skupień wyodrębnionych na podstawie struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w 2010 r.

Na podstawie analizy dendrogramu (Rys. 2) wyodrębniono 3 skupienia miast monofunkcyjnych (dla odległości aglomeracyjnej równej 63), które istotnie różnią się strukturą użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w 2010 r.:

Skupienie A: Świdnik, Mielec, Czarna Białostocka, Starachowice, Łapy, Poniatowa, Kraśnik, Ostrowiec Świętokrzyski, Końskie, Jedlicze, Stalowa Wola, Nowa Sarzyna, Stąporków.

Skupienie B: Rejowiec Fabryczny, Sędziszów Małopolski, Wasilków, Zagórz, Nowa Dęba, Suchedniów, Kunów, Kańczuga, Połaniec, Ćmielów, Rymanów, Ożarów.

Skupienie C: Małogoszcz.

Analiza wartości średniej arytmetycznej oraz wyniki analizy wariancyjnej pozwalają na wskazanie głównych czynników różnicujących strukturę użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w obrębie poszczególnych skupień badanych miast (Tabela 3). Wartości testu F pozwalają na odrzucenie hipotezy zerowej w odniesieniu do: terenów przemysłowych, innych terenów zabudowanych i dróg. Zatem te trzy kategorie terenów zabudowanych i zurbanizowanych zdecydowały o wyodrębnieniu trzech skupień miast, jednorodnych pod względem struktury użytkowania w roku 2010. Udział pozostałych sześciu kategorii gruntów: mieszkaniowych, zurbanizowanych terenów niezabudowanych, rekreacyjno-wypoczynkowych, kolejowych, innych terenów komunikacyjnych oraz użytków kopalnych był w roku 2010 jednakowy (brak istotnych różnic) w każdym z badanych skupień.

Przeprowadzone badanie wykazało, iż miasta skupienia A odróżniają się od pozostałych wysokim udziałem terenów przemysłowych w ogólnej strukturze użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych. Spośród 13 miast tego skupienia 4 wyróżniają się wyjątkowo wysokim odsetkiem obszarów przeznaczenia przemysłowego, tj. Stalowa Wola (37,35%), Jedlicze (34,66%), Nowa Sarzyna (33,04%) i Stąporków (29,91%) — por. Tabela 2. Zaznaczyć należy jednak, iż z uwagi na znaczne zróżnicowanie powierzchni ogólnej omawianych miast, wymiar przestrzenny terenów przemysłowych wyrażony w jednostkach powierzchni jest zdecydowanie różny. W Stalowej Woli obszary przemysłowe zajmują łącznie około 570 ha, dla Nowej Sarzyny i Stąporkowa wartości te wynoszą odpowiednio 74 i 70 ha, natomiast w Jedliczach tereny użytkowania przemysłowego to obszar 36 ha.

Cechą charakterystyczną przestrzeni dwóch ośrodków należących do skupienia A jest występowanie w granicach administracyjnych gruntów przeznaczonych pod porty lotnicze. W Świdniku jest to teren 143 ha (około 19% ogółu obszarów zabudowanych i zurbanizowanych), położony stosunkowo blisko centrum miasta. Znajduje się na nim przyfabryczne Lotnisko Świdnik obsługujące Wytwórnię Sprzętu Komunikacyjnego PZL Świdnik. W Mielcu natomiast lotnisko położone jest w odległości około 5 km od centrum miasta na terenie Specjalnej Strefy Ekonomicznej „Euro-Park” Mielec. Powstało ono w 1938 roku w ramach inwestycji Centralnego Okręgu Przemysłowego i obecnie funkcjonuje jako lotnisko cywilne użytku publicznego. Jego obszar to 272 ha, co stanowi około 15% terenów zabudowanych i zurbanizowanych w Mielcu.

W miastach skupienia B udział terenów przemysłowych w ogólnej strukturze użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych jest niższy niż w miastach skupienia A. Wyróżniają się one jednak zdecydowanie wyższym wskaźnikiem udziału terenów przeznaczonych na drogi. Dla Rymanowa, położonego w Beskidzie Niskim oraz na terenie Dołów Jasielsko-Sanockich, wskaźnik ten jest najwyższy i wynosi blisko 46%. Na uwagę zasługują również Połaniec, Zagórz i Kańczuga, dla których udział dróg w ogólnej powierzchni terenów zabudowa-

Tabela 3

Struktura użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w 2010 roku. Zróżnicowanie pomiędzy wyodrębnionymi skupieniami miast. Wyniki analizy wariancyjnej.

Skupienie	Tereny mieszkaniowe	Tereny przemysłowe	Inne tereny zabudowane	Zurbanizowane tereny niezabudowane	Tereny rekreacyjno-wypoczynkowe	Drogi	Tereny kolejowe	Inne tereny komunikacyjne	Użytki kopalne
Wartości średniej arytmetycznej									
A	27,95	21,98 c	13,09 a	2,99	5,33	18,32 b	7,51	2,80	0,01
B	25,56	10,25 b	10,68 a	4,11	5,52	29,12 c	12,13	0,07	2,56
C	11,54	1,10 a	73,63 b	0,55	0,00	7,14 a	0,00	0,00	6,04
Analiza wariancyjna									
F	1,97	<b>9,14*</b>	<b>57,30*</b>	0,46	1,01	<b>12,92*</b>	1,91	1,06	0,95
p-value	0,163	0,001	0,000	0,639	0,379	0,000	0,173	0,362	0,402

Źródło: opracowanie własne.

Uwaga: \* oznacza, że wartość obliczona testu F pozwala na odrzucenie hipotezy zerowej [ $\alpha = 0.05$ ]. Jednakowy symbol literowy przy wartościach średniej oznacza brak istotnej różnicy pomiędzy nimi (w analizie post-hoc).

nych i zurbanizowanych przekracza 30%. W granicach administracyjnych dwóch miast monofunkcyjnych tego skupienia, tj. w Suchedniowie i Rejowcu Fabrycznym występują grunty kopalne. W Suchedniowie jest to teren kopalni odkrywkowej gliny Baranów (obejmujący 22 ha, tj. około 9% gruntów zabudowanych i zurbanizowanych), który należy do zlokalizowanej w mieście spółki Skarbu Państwa — Zakładów Wyróbów Kamionkowych Marywil. Natomiast w Rejowcu Fabrycznym obszar 79 ha zajmuje kopalnia odkrywkowa margla, który jest surowcem wykorzystywanym do produkcji w Cementowni REJOWIEC SA (dawniej Cementownia „Pokój”). Teren górniczy „Rejowiec” położony jest w północno-zachodniej części miasta i zajmuje aż 28% ogółu gruntów zabudowanych i zurbanizowanych.

Kolejnym czynnikiem zdecydowanie różniącym grupę 26 miast monofunkcyjnych jest udział innych terenów zabudowanych w całkowitej powierzchni gruntów miejskich. W Małogoszczy (jednoelementowe skupienie C), zdecydowanie odróżniającą się strukturą użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych od wszystkich pozostałych ośrodków monofunkcyjnych, wskaźnik ten wynosi blisko 74%. Przy ogólnej powierzchni miasta wynoszącej 968 ha (w tym obszar zabudowany i zurbanizowany 182 ha), stanowi to 135 ha. W mieście tym istotny jest również udział gruntów zajętych przez czynną odkrywkową kopalnię surowców drogowych, w której wydobywany jest wapień (Kopalnia Wapienia Głuchowiec). Obszar 11 ha stanowił w roku 2010 nieco ponad 6% ogólnej powierzchni terenów zabudowanych i zurbanizowanych. Ponadto, analizując szczegółowe zestawienie gruntów zabudowanych i zurbanizowanych (Tabela 3) można zauważyć, że Małogoszcz wyróżnia się niskim udziałem terenów mieszkaniowych i zurbanizowanych terenów niezabudowanych oraz brakiem terenów rekreacyjnych, kolejowych i innych terenów komunikacyjnych.

W następnym etapie badań 26 miast monofunkcyjnych szczegółowej analizie poddano przemiany struktury funkcjonalno-przestrzennej w obrębie gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w latach 2002–2010. Analiza wykresu przebiegu aglomeracji badanych miast (Rys. 3), pozwala na wskazanie kroku 23 (odległość aglomeracyjna równa 46), po którym nastąpił wyraźny skokowy wzrost poziomu krzywej. Stanowiło to podstawę do ustalenia liczby skupień w oparciu o zmiany struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w okresie od 2002 do 2010 roku.

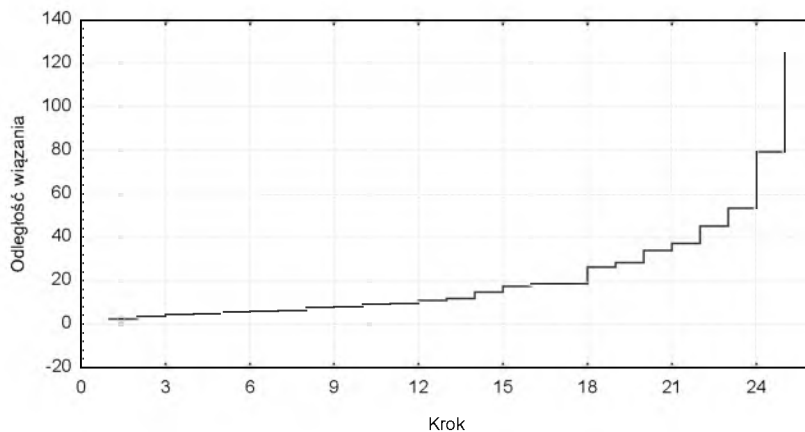
Analiza dendrogramu (Rys. 4) pozwala na wyodrębnienie 4 skupień miast monofunkcyjnych (dla odległości aglomeracyjnej równej 46), jednorodnych pod względem zmian struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w latach 2002–2010, tj.:

- Skupienie A: Świdnik, Sędziszów Małopolski, Poniatowa, Rejowiec Fabryczny, Kraśnik, Zagórz, Kańczuga, Nowa Dęba, Kunów.
- Skupienie B: Mielec, Ożarów, Końskie, Stąporków, Wasilków, Połaniec, Starachowice, Ostrowiec Świętokrzyski, Rymanów, Stalowa Wola, Ćmielów, Małogoszcz.



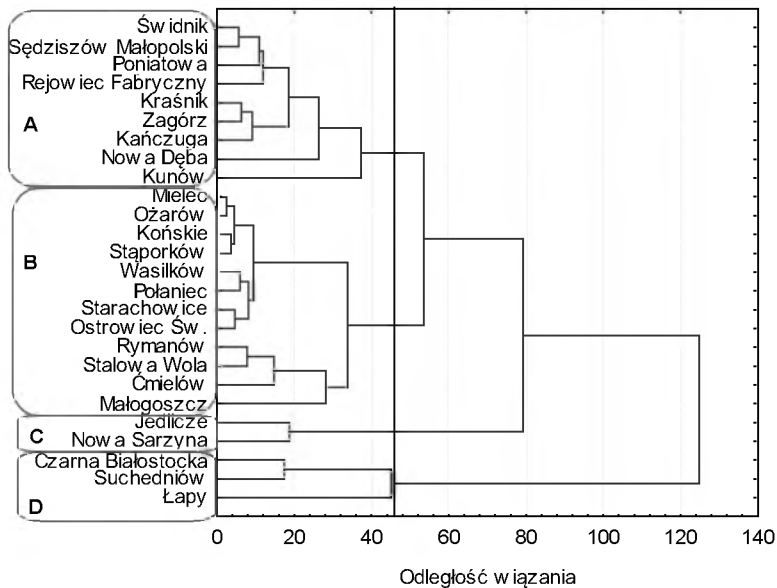
Skupienie C: Jedlicze, Nowa Sarzyna.

Skupienie D: Czarna Białostocka, Suchedniów, Łapy.



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 3. Wykres przebiegu aglomeracji badanych miast na podstawie zmian struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w latach 2002–2010.



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 4. Dendrogram skupień wyodrębnionych na podstawie zmian struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w latach 2002–2010.

Tabela 4

Zmiany użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w latach 2002–2010. Zróżnicowanie pomiędzy wyodrębnionymi skupieniami miast. Wyniki analizy wariancyjnej.

Skupienie	Tereny mieszkaniowe	Tereny przemysłowe	Inne tereny zabudowane	Zurbanizowane tereny niezabudowane	Tereny rekreacyjno-wypoczynkowe	Drogi	Tereny kolejowe	Inne tereny komunikacyjne	Użytki kopalne
Wartości średniej arytmetycznej									
A	-5,30 a	2,97 b	2,97 b	-1,49 b	0,84 b	1,71 b	0,17 b	-1,38	-0,50
B	5,18 b	0,55 a	-1,04 a	-2,30 b	-1,23 a	-0,42 b	-0,24 b	-0,27	-0,22
C	7,65 b	12,44 c	1,96 b	-29,97 a	0,55 b	5,35 c	1,96 c	0,07	0,00
D	27,53 c	-0,84 a	7,20 c	0,82 b	0,08 b	-15,10 a	-21,36 a	-0,20	1,88
Analiza wariancyjna									
F	<b>27,26*</b>	<b>4,27*</b>	<b>3,68*</b>	<b>25,31*</b>	<b>3,25*</b>	<b>19,78*</b>	<b>10,59*</b>	0,36	2,31
p-value	0,000	0,016	0,028	0,000	0,041	0,000	0,000	0,782	0,104

Źródło: opracowanie własne.

Uwaga: \* oznacza, że wartość obliczona testu F pozwala na odrzucenie hipotezy zerowej [ $\alpha = 0.05$ ]. Jednakowy symbol literowy przy wartościach średniej oznacza brak istotnej różnicy pomiędzy nimi (w analizie post-hoc).

Wskazanie głównych czynników różnicujących miasta monofunkcyjne Regionu Wschodniego w obrębie poszczególnych skupień (dla zmian struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w latach 2002–2010), umożliwia analiza średnich wskaźników oraz wyniki analizy wariancyjnej (Tabela 4). Wartości testu F pozwalają na odrzucenie hipotezy zerowej, mówiącej o braku istotnego zróżnicowania średnich wartości w grupach, w odniesieniu do zmian w obszarze gruntów: mieszkaniowych, przemysłowych<sup>4</sup>, innych terenów zabudowanych, zurbanizowanych terenów niezabudowanych, rekreacyjno-wypoczynkowych, dróg i terenów kolejowych. Zmiany udziału innych terenów komunikacyjnych i użytków kopalnych w latach 2002–2010 były jednakowe (brak istotnych różnic) w każdym z badanych skupień.

Największy wzrost udziału terenów mieszkaniowych wystąpił w miastach zakwalifikowanych do skupienia D (Czarna Białostocka, Suchedniów, Łapy). Charakteryzowały się one wyjątkowo niskim udziałem terenów mieszkaniowych w strukturze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w 2002 roku i znaczącym przyrostem udziału tych terenów od 2002 do 2010 roku (Tabela 2). W Łapach tereny mieszkaniowe stanowiły w 2002 roku niewiele ponad 2% obszaru zabudowanego i zurbanizowanego, natomiast w 2010 roku odsetek ten wynosił już ponad 41%. Identyczny kierunek przemian miał miejsce w Czarnej Białostockiej — tereny mieszkaniowe w 2002 roku obejmowały około 6% ogółu gruntów zabudowanych i zurbanizowanych, natomiast w 2010 roku stanowiły już około 34%. Dla Suchedniowa, położonego w województwie świętokrzyskim, wzrost udziału terenów mieszkaniowych w ogólnej powierzchni gruntów zabudowanych i zurbanizowanych nastąpił o blisko 16 punktów procentowych. We wszystkich powyżej opisanych przypadkach odbyło się to głównie przez zmianę zakwalifikowania gruntów — z rolnych zabudowanych<sup>5</sup> do mieszkaniowych. Zatem zmiana dotyczyła głównie klasyfikacji (nomenklatury) gruntów, a nie faktycznej zmiany ich przeznaczenia.<sup>6</sup>

W przypadku analizy zmian struktury użytkowania gruntów w mieście, istotna jest również ich wielkość (skala) bezwzględna wyrażona w jednostkach powierzchni. W Łapach przyrost terenów mieszkaniowych nastąpił od 2002 do

<sup>4</sup> Zmiany udziału obszarów użytkowania przemysłowego w strukturze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych, wszystkich analizowanych miast Regionu Wschodniego, z uwagi na szczególne znaczenia w podjętych badaniach omówione zostały w kolejnym podrozdziale.

<sup>5</sup> Zgodnie z Załącznikiem Nr 6... (2001), do gruntów rolnych zabudowanych zalicza się grunty zajęte pod budynki mieszkalne oraz inne budynki i urządzenia budowlane służące produkcji rolniczej, nie wyłączając produkcji rybnej, oraz przetwórstwu rolno-spożywczemu (kotłownie, komórki, garaże, szopy, stodoły, wiaty, spichlerze, budynki inwentarskie, place składowe i manewrowe w obrębie zabudowy itp.), a także zajęte pod ogródki przydomowe w gospodarstwach rolnych.

<sup>6</sup> Odtworzenie dokładnych zmian użytkowania gruntów (zwłaszcza tych dotyczących terenów mieszkalnych), w dłuższym okresie czasu jest znacznie utrudnione poprzez fakt zmieniających się ustaw w zakresie użytkowania ziemi. Korekty grupowania wynikające ze zmian ustawodawstwa miały miejsce kilkakrotnie przed 2001 rokiem, zaś utrudnienia zaistniały po 2002 roku, wynikają zwykle z różnego rodzaju nieprawidłowości w obszarze ewidencjonowania gruntów poszczególnych miast.

2010 roku o 171 ha, w Czarnej Białostockiej o 96 ha, natomiast w Suchedniowie o 40 ha.

Największy spadek udziału terenów mieszkaniowych (w ramach obszarów zurbanizowanych) w analizowanym okresie od 2002 do 2010 roku zanotowano w trzech miastach należących do skupienia A, tj. w Kraśniku — położonym w województwie lubelskim oraz w Kańczudze i Zagórz — położonych w województwie podkarpackim (Tabela 2). W przypadku Kraśnika spadek ten był największy spośród wszystkich miast monofunkcyjnych Regionu Wschodniego i wyniósł 95 ha, co stanowiło blisko 8 punktów procentowych. Zaznaczyć należy jednak, iż w tym czasie w Kraśniku nastąpiły istotne zmiany w całej strukturze użytkowania gruntów miejskich. Przy zwiększeniu się powierzchni miasta o 24 ha, ogólna powierzchnia gruntów zabudowanych i zurbanizowanych zmniejszyła się o 102 ha. Większość z tych terenów (95 ha) to grunty zakwalifikowane w 2002 roku jako obszary mieszkaniowe (w obrębie gruntów zabudowanych i zurbanizowanych), natomiast w 2010 roku przypisane już do grupy użytków rolnych jako grunty rolne zabudowane.<sup>7</sup>

Największy wzrost udziału innych terenów zabudowanych w strukturze gruntów zurbanizowanych wystąpił w miastach zakwalifikowanych do skupienia D, następnie w miastach skupień A i C. W miastach skupienia B zanotowano natomiast niewielki spadek udziału terenów tej kategorii.

Największy spadek udziału zurbanizowanych terenów niezabudowanych wystąpił w miastach skupienia C. W miastach skupień A i B zanotowano nieznaczny spadek udziału tych terenów, natomiast w miastach skupienia D — niewielki ich wzrost.

W odniesieniu do zmian udziału terenów rekreacyjnych w obszarze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych, zauważono niewielki ich wzrost w miastach należących do skupień A, C i D, a w miastach skupienia B — niewielki spadek.

Największy ubytek udziału zarówno dróg jak i obszarów kolejowych, w ogólnej powierzchni terenów zurbanizowanych, nastąpił w miastach należących do skupienia D. W miastach skupienia A i B zmiany tych kategorii obszarów były najmniej istotne, natomiast w miastach skupienia C wzrost ich udziału był najwyższy.

---

<sup>7</sup> Zaliczanie zabudowy mieszkalnej na obszarach rolniczych do użytków rolnych jest niewłaściwe ze względu na to, iż znaczna część ludności zarejestrowanej jako związana z rolnictwem (przez fakt ewidencji, posiadania ziemi), faktycznie z rolnictwem nie ma już nic wspólnego — por. Kwiatek-Sołtys (2008).

### 3. KIERUNKI PRZEKSZTAŁCEŃ TERENÓW PRZEMYSŁOWYCH

Dla uzyskania pełnego obrazu przemian w obszarze terenów przemysłowych 26 miast monofunkcyjnych Regionu Wschodniego w latach 2002–2010, konieczne jest uwzględnienie w poszczególnych ośrodkach:

- zmian udziału procentowego terenów przemysłowych w strukturze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych,
- zmian rzeczywistej powierzchni terenów przemysłowych, wyrażonych w wartościach bezwzględnych.

Z analizy przemian struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w badanym okresie wynika, że wzrost udziału terenów przemysłowych wystąpił w 15 miastach, spadek w 10, natomiast w jednym mieście (Poniatowej) struktura ta nie uległa zmianie. Rzeczywisty wzrost powierzchni gruntów zakwalifikowanych do grupy terenów przemysłowych, pomiędzy latami 2002 a 2010, odnotowano w 18 miastach, ubytek w 6, natomiast dla pozostałych dwóch (Polańca i Sędziszowa Małopolskiego) nie odnotowano żadnych zmian (Tabela 5).

Pierwszą analizowaną grupę stanowią miasta, w których w latach 2002–2010 nastąpił przyrost udziału procentowego terenów przemysłowych w strukturze użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych. Najwyższe wskaźniki odnotowano dla Kunowa (około 17 punktów procentowych), Jedlicza (około 14 punktów procentowych), Nowej Sarzyny (około 10 punktów procentowych) i Łap (około 9 punktów procentowych).

W przypadku Kunowa rzeczywisty przyrost powierzchni przemysłowych wyniósł 23 ha (od 0 ha w 2002 roku do 23 ha w 2010 roku). Niepoprawnym byłoby jednak wnioskowanie, iż dopiero po 2002 roku przeznaczono cały ten obszar dla działalności przemysłowej. Większość z tych 23 ha od lat zajmowała nieistniejąca już Fabryka Maszyn Rolniczych Agromet, której rozbudowa po II wojnie światowej przyczyniła się do rozwoju funkcji przemysłowej miasta.<sup>8</sup> Teren fabryki położony w północno-wschodniej części miasta, zewidencjonowany był w wykazie gruntów z 2002 roku jako obszar gruntów rolnych zabudowanych. Tym samym należy wnioskować, iż statystyka geodezyjna z 2002 roku nie odzwierciedlała faktycznego charakteru funkcjonalnego tego terenu.<sup>9</sup>

<sup>8</sup> W roku 1988 r. z ogółu zatrudnionych w Kunowie aż 72,68% zatrudnionych było w przemyśle.

<sup>9</sup> Zgodnie z definicją „gruntu rolnego zabudowanego”, zawartą w ust. 1 pkt. 5 załącznika Nr 6... (2001), do tego użytku należą grunty zajęte pod budynki mieszkalne oraz inne budynki i urządzenia budowlane służące produkcji rolniczej, nie wyłączając produkcji rybnej, oraz przetwórstwu rolno-spożywczemu, a także zajęte pod ogródki przydomowe w gospodarstwach rolnych. O zaliczaniu gruntów do rolnych gruntów zabudowanych nie przesądza fakt czy grunty te wchodzą w skład gospodarstwa rolnego czy nie. Użyte w definicji rolnych gruntów zabudowanych wyrazy „budynki służące produkcji rolnej” wskazują, że decydujące znaczenie dla zakwalifikowania gruntów do tego użytku ma funkcja budynków i ich wykorzystanie. Z całą pewnością jednak nie można do nich zaliczyć gruntów po byłej Fabryce Maszyn Rolniczych Agromet w Kunowie (wg PKD 2007, Sekcja C — przetwórstwo przemysłowe, dział 28 — produkcja maszyn i urządzeń).

Tabela 5

Zmiany wielkości i udziału terenów przemysłowych w strukturze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych miast monofunkcyjnych w latach 2002–2010

Lp.	Miasto	Tereny przemysłowe					
		Powierzchnia rzeczywista [ha]		Zmiana powierzchni rzeczywistej [ha]	Udział w strukturze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych [%]		Zmiana w strukturze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych [%]
		2002	2010	2002–2010	2002	2010	2002–2010
1	Kunów	0	23	23	0,00	16,67	16,67
2	Jedlicze	87	96	9	20,19	34,66	14,47
3	Nowa Sarzyna	67	74	7	22,64	33,04	10,40
4	Łapy	0	39	39	0,00	9,20	9,20
5	Kańczuga	5	10	5	5,56	11,76	6,20
6	Stalowa Wola	559	570	11	33,23	37,35	4,12
7	Kraśnik	80	96	16	9,70	13,28	3,58
8	Rymanów	4	8	4	3,45	6,56	3,11
9	Nowa Dęba	13	20	7	5,22	7,38	2,16
10	Zagórz	40	38	-2	14,49	16,52	2,03
11	Małogoszcz	0	2	2	0,00	1,10	1,10
12	Mielec	263	305	42	16,13	17,13	1,00
13	Ożarów	8	9	1	6,96	7,69	0,73
14	Wasilków	36	42	6	7,86	8,47	0,61
15	Rejowiec Fab.	57	50	-7	17,17	17,73	0,56
16	Poniatowa	31	34	3	17,71	17,71	0,00
17	Ćmielów	8	9	1	5,16	5,06	-0,10
18	Połaniec	1	1	0	0,58	0,45	-0,13
19	Sędziszów Młp.	38	38	0	14,79	14,45	-0,34
20	Stąporków	68	70	2	30,36	29,91	-0,45
21	Starachowice	248	267	19	19,56	18,86	-0,70
22	Ostrowiec Św.	385	383	-2	19,14	17,96	-1,18
23	Końskie	143	140	-3	21,83	20,26	-1,57
24	Suchedniów	28	27	-1	14,81	10,80	-4,01
25	Świdnik	120	107	-13	18,15	14,04	-4,11
26	Czarna Biał.	56	71	15	30,11	22,40	-7,71

Źródło: opracowanie własne.

Podobne nieścisłości w ewidencjonowaniu gruntów miały miejsce w kolejnym mieście zaliczonym do grupy o najwyższym wzroście udziału terenów przemysłowych w strukturze użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w latach 2002–2010, tj. w Łapach. Jeszcze w 2004 roku ewidencja statystyczna dla tego miasta nie wykazywała żadnych obszarów przeznaczenia przemysłowego. W 2010 roku obszarów zakwalifikowanych do tej kategorii było już 39 ha (Tabela 5). Trzy największe zakłady przemysłowe w Łapach, które przez kilkadziesiąt lat determinowały przemysłowy rozwój miasta zatrudniając łącznie kilka tysięcy ludzi, zlokalizowane były na gruntach zaliczanych funkcjonalnie do innych niż przemysłowe. Istniejące od 1951 do 2009 roku Zakłady Naprawcze Taboru Kolejowego Łapy, zajmowały obszar zewidencjonowany w statystyce geodezyjnej jako grunty komunikacyjne terenów kolejowych.<sup>10</sup> Natomiast grunty funkcjonujące w latach 1974–2008 Cukrowni Łapy (należące w ostatnich latach do Krajowej Spółki Cukrowej SA) oraz tereny Spółdzielni Mleczarskiej w Łapach — funkcjonowały w ewidencji gruntów jako tereny rolne zabudowane.<sup>11</sup>

W kolejnych dwóch miastach (Jedliczu i w Nowej Sarzynie) znaczący przyrost udziału terenów przemysłowych w strukturze użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych, podyktowany był w latach 2002–2010 istotnymi przemianami w ogólnej strukturze użytkowania gruntów miejskich (Tabela 1). Rzeczywisty wzrost powierzchni przeznaczonych dla funkcji przemysłowych nie był tak duży jak w przypadku Łap i Kunowa i wyniósł dla Jedlicza 9 ha, natomiast dla Nowej Sarzyny 7 ha.

Z pozostałych ośrodków monofunkcyjnych Regionu Wschodniego, zaliczonych do omawianej grupy miast, tj.: Kańczugi, Stalowej Woli, Kraśnika, Rymanowa, Nowej Dęby, Zagórza, Małogoszczy, Mielca, Ożarowa, Wasilkowa i Rejowca Fabrycznego, największy przyrost rzeczywisty wystąpił w Mielcu, Kraśniku i Stalowej Woli (Tabela 5). Tereny przemysłowe tych trzech miast powiększyły się odpowiednio o 42, 16 i 11 ha.

W przypadku Mielca rzeczywisty przyrost obszaru terenów przemysłowych o 42 ha jest największy ze wszystkich badanych miast monofunkcyjnych Regionu Wschodniego. Obejmuje grunty, które weszły w skład obszaru Mieleckiego Parku Przemysłowego, położonego w granicach Specjalnej Strefy Ekonomicznej EURO-PARK MIELEC, jako oferta terenów inwestycyjnych typu *greenfield*. Według danych z ewidencji gruntów i budynków dla 2010 roku, w Mielcu znajdowało się łącznie 305 ha terenów przeznaczonych dla funkcji przemysłowej. Stanowiło to około 17% ogółu obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w mieście.

---

<sup>10</sup> Zakłady Naprawcze Taboru Kolejowego Łapy to wg PKD 2007: Sekcja C — przetwórstwo przemysłowe, dział 33 — naprawa, konserwacja i instalowanie maszyn i urządzeń.

<sup>11</sup> Cukrownia Łapy i Spółdzielnia Mleczarska w Łapach to wg PKD 2007: Sekcja C — przetwórstwo przemysłowe, dział 10 — produkcja artykułów spożywczych.

Utworzenie Specjalnych Stref Ekonomicznych w niektórych miastach monofunkcyjnych Regionu Wschodniego, w różnym stopniu wpłynęło na zmianę struktury użytkowania gruntów. Różne kierunki przemian przestrzennych wynikają głównie z faktu, iż w skład obszarów Specjalnych Stref Ekonomicznych wchodziły grunty o różnej genezie, stopniu zainwestowania i uzbrojenia terenu. Są to zarówno grunty z budynkami i pełną infrastrukturą po restrukturyzowanych przedsiębiorstwach przemysłowych, jak i nowo adaptowane tereny przeznaczone na inwestycje typu *greenfield*. Wpływa to w znaczący sposób na ich atrakcyjność inwestycyjną, a tym samym na możliwości dywersyfikacji dominujących branż przemysłu, czy też sukcesji funkcjonalno-przestrzennej konkretnej lokalizacji (obszaru).

W Regionie Wschodnim (poza omówionym powyżej przykładem Mielca) do Specjalnej Strefy Ekonomicznej EURO-PARK MIELEC należą jeszcze uzbrojone i częściowo niezabudowane tereny inwestycyjne w Zagórz (11 ha), które są własnością Gminy Zagórz. Podstrefa SSE EURO-PARK MIELEC powstała w Zagórz częściowo na terenach dawnej filii Sanockiej Fabryki Autobusów, tj. Zakładu Przyczep i Naczep w Zasławiu. Obecnie niezabudowanych gruntów przeznaczenia przemysłowego w obrębie tej Podstrefy jest jeszcze około 5 ha.

W objętych badaniami miastach monofunkcyjnych Regionu Wschodniego, występują również obszary inwestycyjne należące do Tarnobrzskiej Specjalnej Strefy Ekonomicznej EURO-PARK WISŁOSAN<sup>12</sup> oraz Specjalnej Strefy Ekonomicznej „Starachowice”<sup>13</sup>. Do Podstref Tarnobrzskiej Specjalnej Strefy Ekonomicznej EURO-PARK WISŁOSAN należą grunty w: Łapach (11,95 ha), które obejmują niezabudowany teren zlokalizowany przy Cukrowni Łapy, zakupiony przez Gminę Łapy od Krajowej Spółki Cukrowej SA; Stalowej Woli (277,35 ha), które położone są w południowej części kompleksu przemysłowego Huty Stalowa Wola SA oraz na terenach będących własnością gminy Stalowa Wola; Nowej Dębie (117,20 ha), które zlokalizowane są na uzbrojonym i częściowo zabudowanym terenie Zakładów Metalowych Dezamet SA; Kraśniku (23,48 ha), które obejmują niezabudowany i nieuzbrojony teren na Budzynie, będący własnością miasta;<sup>14</sup> Poniatowej (6,60 ha), które obejmują uzbrojone i częściowo zabudowane tereny byłych Zakładów Zmechanizowanego Sprzętu Domowego EDA. Natomiast do obszarów Podstref Specjalnej Strefy Ekonomicznej „Starachowice” należą tereny w: Starachowicach (168,34 ha), obejmujące zarówno obszary zabudowane obiektami przemysłowymi, jak też uzbrojone obszary niezabudowane i grunty zalesione; Ostrowcu Świętokrzyskim (78,41 ha), do których należą m.in. uzbrojone i niezabudowane grunty „Huty Ostrowiec” oraz Ostrowieckich Zakła-

<sup>12</sup> Informacje udostępnione przez Tarnobrzską Specjalną Strefę Ekonomiczną TSSE Wisłosan.

<sup>13</sup> Informacje udostępnione przez Specjalną Strefę Ekonomiczną „Starachowice” SA.

<sup>14</sup> Istnieją również takie plany, aby w przyszłości podstrefą objąć część terenu należącego do Fabryki Łożysk Toczných w Kraśniku. Fabryka Łożysk Toczných posiada zarówno wolne budynki, jak i niezabudowane powierzchnie, zlokalizowane na uzbrojonych działkach.



dów Materiałów Ogniotrwałych SA; Końskich (62,60 ha), obejmujące częściowo zabudowane i uzbrojone tereny, przeznaczone pod zabudowę produkcyjną składy i magazyny; Suchedniowie (6,65 ha), obejmujące tereny po Fabryce Urządzeń Transportowych oraz w Stąporkowie (34,14 ha), do których należą m.in. tereny nieistniejącej już Odlewni Żeliwa „Niekłań”.

Analiza Tabeli 5 wykazała, iż tylko w pięciu na dwanaście z opisanych powyżej miast, na obszarze których usytuowano Specjalne Strefy Ekonomiczne lub ich Podstrefy, nastąpił w latach 2002–2010 zarówno rzeczywisty przyrost powierzchni gruntów przemysłowych, jak i wzrost udziału terenów przemysłowych w ogólnej strukturze użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych. W pozostałych siedmiu miastach nastąpił rzeczywisty lub procentowy spadek udziału terenów tego przeznaczenia. Jednym z przykładów jest Zagórz, gdzie przy wzroście udziału gruntów przemysłowych w strukturze użytkowania obszarów zabudowanych i zurbanizowanych w mieście (o 2,03 punktów procentowych), rzeczywista powierzchnia gruntów przemysłowych zmniejszyła się o 2 ha. Przyczyną tego są szersze zmiany ogólnej struktury użytkowania gruntów miejskich, m.in. zmniejszenie powierzchni miasta o 10 ha oraz zmniejszenie powierzchni ogólnej gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w Zagórzu o 46 ha (głównie na rzecz gruntów rolnych zabudowanych w grupie użytków rolnych).

Podobna sytuacja jak w Zagórzu, miała miejsce w Rejowcu Fabrycznym, dla którego w latach 2002–2010 odnotowano wzrost udziału terenów przemysłowych w ogólnej strukturze użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych. Dla Rejowca Fabrycznego wzrost ten nastąpił o 0,56 punktów procentowych, przy czym rzeczywista powierzchnia terenów przemysłowych uległa zmniejszeniu o 7 ha. Szczegółowa analiza przemian funkcjonalno-przestrzennych miasta wykazała, że również w tym przypadku zmiana struktury użytkowania gruntów zabudowanych i zurbanizowanych związana była: po pierwsze ze zmniejszeniem się ogólnej powierzchni miasta (o 8 ha), po drugie ze zmniejszeniem się powierzchni ogólnej gruntów zabudowanych i zurbanizowanych (o 50 ha). Powierzchnia rzeczywista gruntów zabudowanych i zurbanizowanych w 2010 roku pomniejszona została w stosunku do 2002 roku o 29 ha użytków kopalnych oraz 21 ha zurbanizowanych terenów niezabudowanych. Tereny te zaliczone zostały w większości do użytków rolnych, a dokładniej do gruntów ornych i pastwisk trwałych.

Drugą grupę analizowanych miast stanowią te ośrodki monofunkcyjne, dla których w latach 2002–2010 nastąpił spadek udziału procentowego terenów przemysłowych w strukturze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych (Tabela 5). Zbiór tych miast nie jest jednorodny. Należą do niego trzy grupy miast: z rzeczywistym spadkiem powierzchni terenów przemysłowych (Świdnik -13 ha, Końskie -3 ha, Ostrowiec Świętokrzyski -2 ha oraz Suchedniów -1 ha); bez zmian powierzchni rzeczywistej terenów przemysłowych (Połaniec i Sędziszów Mało-

polski); ze wzrostem rzeczywistych powierzchni gruntów przemysłowych (Starchowice +19 ha, Czarna Białostocka +15 ha, Poniatowa +3 ha, Stąporków +2 ha oraz Ćmielów +1 ha). Największy spadek udziału terenów przeznaczonych dla działalności przemysłowej, w ogólnej strukturze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych, miał miejsce w Czarnej Białostockiej (-7,71 punktów procentowych), następnie w Świdniku (-4,11 punktów procentowych) oraz w Suchedniowie (-4,01 punktów procentowych). W przypadku Czarnej Białostockiej ubytek udziału obszarów przemysłowych związany był z wyraźnym zwiększeniem się powierzchni innych rodzajów terenów — głównie mieszkaniowych oraz innych terenów zabudowanych. Natomiast w Świdniku i Suchedniowie zmniejszenie udziału obszarów przemysłowych w ogólnej strukturze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych, wynikało zarówno ze zwiększenia powierzchni zabudowanych i zurbanizowanych, jak i z redukcji terenów przeznaczenia przemysłowego.

Analiza przemian przestrzennych terenów przemysłowych objęła obszar 26 miast monofunkcyjnych Regionu Wschodniego w ich granicach administracyjnych z 2002 i 2010 roku. Należy jednak pamiętać, iż nie wszystkie zakłady przemysłowe, których funkcjonowanie determinowało monofunkcyjny rozwój miasta, zlokalizowane były w ich obszarach administracyjnych. Spośród objętych badaniem miast taka sytuacja wystąpiła w Małogoszczy i Połańcu. W obu przypadkach (decydujące o przemysłowym charakterze rozwoju społeczno-gospodarczego tych miast) zakłady przemysłowe zlokalizowane były poza ich granicami administracyjnymi. Tym samym tereny, na których były zlokalizowane, nie zostały ujęte w analizie przemian struktury użytkowania gruntów w latach 2002–2010.

#### 4. PODSUMOWANIE

Skala przemian struktury funkcjonalno-przestrzennej wyrażanej sposobem użytkowania terenów miejskich oraz ich tempo są bardzo zróżnicowane. Zależy to w głównej mierze od uwarunkowań, jakie istnieją w poszczególnych ośrodkach. W obszarze gruntów zabudowanych i zurbanizowanych analizowanych miast, główny wpływ na przekształcenia przestrzeni miejskich miała potrzeba rozwoju mieszkalnictwa, tak indywidualnego jak i wielorodzinnego. W dawnych miastach przemysłowych Regionu Wschodniego doszło również do znaczącego ograniczenia powierzchni zurbanizowanych gruntów niezabudowanych. Nastąpiło to głównie w wyniku recyklizacji (powtórniego wykorzystania) przestrzeni miejskich w celu realizacji projektów komercyjnych (handlowych i usługowych). W odniesieniu do przemian w obszarze terenów przemysłowych objętych badaniem ośrodków należy podkreślić, iż analizowany zbiór miast jest pod tym względem niejednorodny. Wynika to z faktu, iż wielkość obszarów przemysłowych w poszczególnych ośrodkach uzależniona była w głównej mierze od branży,

w której wyspecjalizowany był dany zakład lub całe miasto. W niektórych miastach z uwagi na ekstensywny sposób użytkowania gruntów przemysłowych przed 1989 rokiem (pomimo zachowania funkcji przemysłowych poszczególnych ośrodków), nastąpiła redukcja gruntów tego przeznaczenia. Odnosi się to głównie do gruntów w obszarze tzw. rezerw składowo-magazynowych. Ponadto, w wyniku procesów rewitalizacji, w wielu miastach doszło do ponownego „włączenia do życia miasta” terenów poprzemysłowych, pokolejowych oraz byłych terenów wojskowych. Wypełnia to zapotrzebowanie na tereny inwestycyjne, pod działalności produkcyjne, handlowe i usługowe. Najbardziej deficytowymi obszarami w wielu ośrodkach monofunkcyjnych Regionu Wschodniego są uzbrojone, dobrze skomunikowane z otoczeniem tereny pod inwestycje typu *greenfield*.

Należy również zwrócić uwagę na negatywne skutki transformacji społeczno-gospodarczej, mające odzwierciedlenie w przestrzeni miast monofunkcyjnych Regionu Wschodniego, jakimi są zdegradowane tereny poprzemysłowe. Tereny te niejednokrotnie, pomimo korzystnych lokalizacji w morfologii miasta, częściowo lub całkowicie utraciły swoją wartość użytkową i wymagają kompleksowego podejścia do ich rekultywacji i regeneracji. Zatem głównym kierunkiem zmian przestrzennych powinno być bardziej efektywne wykorzystanie gruntów, których struktura użytkowania przez długi czas zdeterminowana była monofunkcyjnością gospodarczą miast. W celu utrzymania bądź przywrócenia znaczenia gospodarczego tych ośrodków, a tym samym bardziej skutecznego wykorzystania potencjału całego Regionu Wschodniego, politykę przestrzenną skoncentrować należy na specyficznych formach sukcesji funkcjonalnej związanych z terenami poprzemysłowymi.

## BIBLIOGRAFIA

- Chmielewski J.M. (2001), *Teoria urbanistyki w projektowaniu i planowaniu miast*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- Czarnecki W (2001), *Historia architektury rozwoju miast i urbanistyki*, Wyższa Szkoła Finansów i Zarządzania w Białymstoku, Białystok.
- Dobosz M. (2001), *Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
- Bilans użytkowania ziemi w Polsce (1972)*, red. J. Grocholska, Dokumentacja Geograficzna, z. 2, Instytut Geografii PAN, Warszawa.
- Jałowiecki B. Szczepański M.S. (2002), *Miasto i przestrzeń w perspektywie socjologicznej*, Wydawnictwo Naukowe SCHOLAR, Warszawa.
- Karwińska A. (2008), *Gospodarka przestrzenna. Uwarunkowania społeczno-kulturowe*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Korcelli P (1974), *Teoria rozwoju struktury przestrzennej miast*, Studia KPZK PAN, t. 45, Warszawa.
- Kwiatek-Sołtys A. (2008), *Zmiany w strukturze użytkowania ziemi w małych miastach województwa małopolskiego a konkurencyjności przestrzeni miejskiej*, w: *Przekształcenia strukturalne miast i zrównoważony rozwój gospodarki miejskiej* (red. J. Ślódczyk), Uniwersytet Opolski, Opole.

- Liszewski S. (1997), *Przestrzeń miejska i jej organizacja*, w: *Geografia, człowiek, gospodarka* (red. B. Domański, A. Jackowski), IG UJ, Kraków.
- Liszewski S. (2008), *Geografia urbanistyczna*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Liszewski S. (1994), *Studia nad strukturami przestrzennymi miast*, w: *Geografia osadnictwa i ludności w niepodległej Polsce. Lata 1918–1993*, t. II, Kierunki Badań Naukowych, PTG — Komisja Geografii Osadnictwa i Ludności, Łódź.
- Liszewski S. (1973), *Użytkowanie ziemi w miastach województwa opolskiego*, Instytut Śląski, Opole, s. 57.
- Lorens P. (2002), *System zarządzania przestrzenią miasta*, Wydział Architektury Politechniki Gdańskiej, Gdańsk.
- Maik W. (1997), *Podstawy geografii miast*, UMK, Toruń.
- Regulski J. (1986), *Planowanie miast*, PWE, Warszawa.
- Rozporządzenia Ministra Rozwoju Regionalnego i Budownictwa z dnia 29 marca 2001 r. w sprawie ewidencji gruntów i budynków, Dz.U. z 2001 r. nr 38, poz. 454.
- Słodczyk J. (2001), *Przestrzeń miasta i jej przeobrażenia*, Uniwersytet Opolski, Opole.
- Stanisz A. (1998), *Przystępny kurs statystyki w oparciu o program STATISTICA PL na przykładach z medycyny*, StatSoft, Kraków.
- Wallis A. (1977), *Miasto i przestrzeń*, PWN, Warszawa.
- Załącznik Nr 6 do Rozporządzenia Ministra Rozwoju Regionalnego i Budownictwa z dnia 29 marca 2001 r. w sprawie ewidencji gruntów i budynków, Dz. U. nr 38, z 2.05.2001 r., poz. 454.
- Zarządzenia Ministrów Rolnictwa i Gospodarki Komunalnej z dnia 20 lutego 1969 r. w sprawie ewidencji gruntów, Monitor Polski, Dziennik Urzędowy PRL, nr 11 z dnia 25 marca 1969 r., poz. 98.
- Zborowski A. (2005), *Przemiany struktury społeczno-przestrzennej regionu miejskiego w okresie realnego socjalizmu i transformacji ustrojowej (na przykładzie Krakowa)*, IGiP UJ, Kraków.

## POLITYKA KLIMATYCZNO-ENERGETYCZNA UNII EUROPEJSKIEJ. SZANSE I WYZWANIA DLA POLSKIEJ GOSPODARKI

KATARZYNA CIĘCIAK

Katedra Polityki Przemysłowej i Ekologicznej Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie  
e-mail: [cieciakk@uek.krakow.pl](mailto:cieciakk@uek.krakow.pl)

### ABSTRACT

K. Cięciak. *The European Union climate and energy policy. Opportunities and challenges for the Polish economy*. Folia Oeconomica Cracoviensia 2014, 55: 61–79.

The aim of this article is to present the results of research on identification the environmental objectives of the EU energy policy in Poland and attempt to evaluate the actual and projected level of their implementation.

This paper presents the genesis of EU climate policy together with the synthesis of the research. The author described the methodology, as well as presented in details a proposal regarding changes in greenhouse gas emissions in the German economy where it was indicated that the rate of change in total carbon dioxide emissions should outpace economic growth and other measurable macroeconomic relations according to the theory of ecological economics. Results and conclusions was widely described. The economy and the energy sector in Poland have been researched. The research period covers from 1988–2011, with forecasts until 2020.

### STRESZCZENIE

Celem artykułu jest identyfikacja ekologicznych celów polityki klimatyczno-energetycznej Unii Europejskiej w Polsce oraz próba oceny stopnia faktycznego oraz prognozowanego stopnia ich realizacji. W artykule przedstawiono genezę polityki klimatycznej UE oraz zaprezentowano syntezę wyników przeprowadzonych badań. Omówiono zastosowaną metodykę, w tym szczegółowo opisano wykorzystaną w badaniach propozycję dotyczącą analizy zmian emisji gazów cieplarnianych w gospodarce niemieckiej, w której wskazano, że tempo zmian łącznej emisji dwutlenku węgla powinno wyprzedzać tempo wzrostu gospodarczego oraz innych wymiernych relacji makroekonomicznych zgodnie z teorią ekonomii ekologicznej. W artykule szeroko omówione zostały wnioski i ustalenia z badań dotyczące redukcji emisji dwutlenku węgla i udziału odnawialnych źródeł energii w Polsce w latach 1989–2011 a także dotyczące prognoz tych zjawisk do roku 2020.

## KEY WORDS — SŁOWA KLUCZOWE

climate and energy package, European Union, CO<sub>2</sub> emissions, energy, energy policy, macroeconomic processes

pakiet klimatyczno-energetyczny, Unia Europejska, emisje CO<sub>2</sub>, energetyka, polityka energetyczna, procesy makroekonomiczne

## 1. KSZTAŁTOWANIE POLITYKI KLIMATYCZNEJ UNII EUROPEJSKIEJ

Problematyka zmian klimatycznych do lat 90. ubiegłego stulecia odgrywała drugorzędne znaczenie w polityce ochrony środowiska prowadzonej przez UE. Na grunt europejski została przeniesiona z poziomu globalnego za sprawą dużej aktywności w tym zakresie Stanów Zjednoczonych. W 1992 r. w Rio de Janeiro przyjęto Ramową Konwencję Narodów Zjednoczonych ds. Zmian Klimatu. Istotnym bodźcem dla rozwoju polityki klimatycznej było międzynarodowe porozumienie podpisane także przez UE w 1997 roku, zwane *protokołem z Kioto*, stanowiącym uzupełnienie Ramowej Konwencji Narodów Zjednoczonych w sprawie zmian klimatu; zob. *Protokół z Kioto...* (1997). Ustalono, że zmiany klimatyczne to problem globalny, wymagający wspólnych międzynarodowych rozwiązań. Uznano, że konieczna jest zmiana nastawienia do problemów środowiska i należy je brać pod uwagę przy podejmowaniu decyzji politycznych i ekonomicznych. Protokół z Kioto jest prawnie wiążącym porozumieniem, w ramach którego kraje uprzemysłowione świata zostały zobligowane do redukcji poziomu emisji gazów cieplarnianych w latach 2008–2012 o 5,2% w porównaniu z 1990 rokiem. Państwa członkowskie UE (wówczas w liczbie 15), podpisując protokół, zobowiązały się do wspólnego ograniczenia emisji o 8% w latach 2008–2012. Jednak Stany Zjednoczone, największy wówczas emitent gazów na świecie, nie ratyfikował protokołu. Fakt ten w głównej mierze spowodował, że UE przejęła przywództwo w zakresie kształtowania globalnej polityki klimatycznej. Warunkiem wejścia w życie protokołu z Kioto była jego ratyfikacja przez co najmniej 55 krajów wprowadzających do atmosfery co najmniej 55% światowej emisji CO<sub>2</sub>. Protokół wszedł w życie dopiero w lutym 2005 roku, po jego ratyfikacji przez Rosję. Redukcja gazów cieplarnianych przyjęta w protokole z Kioto dotyczy ograniczenia łącznej krajowej emisji wszystkich gazów cieplarnianych. Polska, ratyfikując Ramową Konwencję Narodów Zjednoczonych w sprawie zmian klimatu w 1994 roku oraz protokół z Kioto w 2002 roku, włączyła się w międzynarodowe działania mające na celu zapobieganie zmianom klimatu. Jednym z głównych zobowiązań wynikających z ratyfikacji protokołu z Kioto przez Polskę jest redukcja emisji gazów cieplarnianych o 6% w latach 2008–2012 w stosunku do roku bazowego dla byłych krajów socjalistycznych, za który przyjęto rok 1988; zob. *Krajowy raport...* (2012). Za zgodą wszystkich członków UE, redukcyjne zobowiązanie UE zostało rozdzielone na poszczególne państwa w nierówny sposób. Kierując

się zasadą solidarności, państwa członkowskie wspólnoty uzgodniły, że kraje o gorszej sytuacji gospodarczej będą mogły zwiększać swoje emisje w latach 2008–2012 w stosunku do 1990 roku. Dotyczy to Portugalii (27%), Grecji (25%), Hiszpanii (15%) i Irlandii (13%). Inne państwa zobowiązały się natomiast do większej redukcji, w tym Luksemburg (28%), Niemcy i Dania (po 21%), Austria (13%) i Wielka Brytania (12,5%); zob. *Decyzja Rady...*(2002).

Podstawowym celem polityki klimatycznej jest redukcja emisji gazów cieplarnianych, w tym przede wszystkim dwutlenku węgla. Dwutlenek węgla (CO<sub>2</sub>) jest produktem końcowym procesów metabolicznych i w naturalnej wymianie w atmosferze jest wiązany przez rośliny po okresie przebywania w atmosferze około 300 lat. Emisja dwutlenku węgla do atmosfery odbywa się nie tylko poprzez proces oddychania, ale również pod wpływem działalności człowieka. Dwutlenek węgla uważany jest za głównego sprawcę nadmiernego wzrostu tzw. efektu cieplarnianego, traktowanego jako synergiczną formę zanieczyszczenia. Powszechnie wiadomo, że w efekcie cieplarnianym partycypuje około 30 gazów. Do najważniejszych należą: para wodna, dwutlenek węgla (CO<sub>2</sub>), metan (CH<sub>4</sub>), chlorofluorowęglowodory (CFC, freony), ozon (O<sub>3</sub>), podtlenek azotu (N<sub>2</sub>O); zob. van Loon i Duffy (2008).

W latach 1990–2012 poziom światowej emisji CO<sub>2</sub> do atmosfery wzrastał każdego roku w stosunku do roku bazowego, osiągając najwyższy poziom w 2012 roku (ponad 36 mld t CO<sub>2</sub>). Oznacza to wzrost emisji w stosunku do 1990 roku o 61%.<sup>1</sup> Największymi emitentami są Chiny (27% emisji) i Stany Zjednoczone (14%), na które w 2012 roku przypadło łącznie 41% łącznej światowej emisji gazów cieplarnianych, podczas gdy wszystkie kraje UE odpowiadały za 10% ich emisji. Znaczącymi emitentami są też Indie, Rosja, Japonia i Brazylia.

Do czasu ratyfikacji protokołu z Kioto, instytucje UE wielokrotnie wskazywały o konieczności redukcji emisji gazów cieplarnianych, bez określania jednak wiążących celów ilościowych tej redukcji. Jedynym ilościowym celem do 2005 roku było wskazanie konieczności utrzymania poziomu emisji gazów cieplarnianych w państwach członkowskich na poziomie z 1990 roku; zob. 93/389/EEC: *Council Decision...*(1993).

Energetyka postrzegana jest przez rządy państw jako dziedzina strategiczna, co przyczyniło się do wyróżnienia sektora energetycznego jako odrębnej części gospodarki i w tym ujęciu sektor ten stanowi podmiot i przedmiot ekonomii przemysłowej. Energetyka jest obszarem działalności gospodarczej, którego rozwój nie może być pozostawiony tylko rynkowi, ale musi być kształtowany także przez instrumenty państwa.

UE stanowi drugi co do wielkości rynek energii na świecie, liczący ponad 450 mln konsumentów; zob. *Zielona Księga...*(2006). Wzrost zużycia energii połączony ze zwiększonym importem surowców energetycznych przez kraje UE, a także

<sup>1</sup> [http://energetyka.wnp.pl/rekordowy-wzrost-globalnych-emisji-co2-w-2013,211740\\_1\\_0\\_0.html](http://energetyka.wnp.pl/rekordowy-wzrost-globalnych-emisji-co2-w-2013,211740_1_0_0.html)

rygorystyczne standardy w zakresie ograniczania oddziaływania energetyki na środowisko sformułowane w polityce UE spowodowały, że państwa członkowskie UE podjęły próbę stworzenia długofalowego programu działań zapewniającego konkurencyjne i bezpieczne dostarczanie energii przy zachowaniu zasad rozwoju zrównoważonego.

Polityka energetyczna w Europie jest sformułowana, wdrażana i egzekwowana przez instytucje UE oraz danego państwa. Każda polityka, także energetyczna, powinna być podporządkowana teorii ekonomii, której paradygmatem jest skuteczność, rozumiana jako zdolność realizacji założonego celu. Wspólna polityka energetyczna jest obecnie jednym z głównych priorytetów Unii Europejskiej. Początki polityki energetycznej UE sięgają jej traktatów założycielskich. Cele środowiskowe są podstawowymi w polityce energetycznej i polegają przede wszystkim na dążeniu do redukcji emisji dwutlenku węgla i innych gazów cieplarnianych w atmosferze, spowodowanej spalaniem paliw kopalnych i prowadzącej do tzw. efektu cieplarnianego.

Zobowiązania protokołu z Kioto stanowiły impuls do podjęcia przez UE dalszych działań związanych z ograniczaniem emisji gazów cieplarnianych. KE, w 2006 roku, zwróciła uwagę na fakt, że ówczesna polityka energetyczna nie mogła zagwarantować zmniejszenia emisji gazów cieplarnianych do atmosfery, bowiem do 2030 roku emisja dwutlenku węgla do atmosfery nie tylko nie zmniejszyłaby się, lecz wzrosła o 5%.

W konsekwencji postanowień Rady UE, w styczniu 2008 roku KE przedstawiła obszerny pakiet środków ustawodawczych, zwanych potocznie *pakietem klimatyczno-energetycznym*<sup>2</sup>. Tak sformułowana polityka UE dla państw członkowskich została wyrażona w programie działań, nazwanym także *3x20% na 2020*, obejmującym następujące cele:

- zredukowanie emisji gazów cieplarnianych o 20% do 2020 roku w stosunku do poziomu z 1990 roku,
- zwiększenie udziału energii odnawialnej do 20% zużycia energii finalnej brutto w UE w 2020 roku,
- zwiększenie efektywności energetycznej w stosunku do prognoz na 2020 rok o 20%, a także zwiększenie do 10% udziału biopaliw w ogólnej konsumpcji paliw transportowych w 2020 roku.

Polska jako członek Unii Europejskiej została zobowiązana do zintensyfikowania działań w zakresie ochrony klimatu i wypełniania szeregu zobowiązań, wcześniej nie branych pod uwagę.

---

<sup>2</sup> Należy również zaznaczyć, że wyniku tego szczytu Komisja Europejska przedłożyła także we wrześniu 2007 r. tzw. trzeci pakiet legislacyjny dotyczący wewnętrznego rynku energii, który miał za zadanie zapewnić skuteczniejszą konkurencję i stworzyć warunki sprzyjające inwestycjom, dywersyfikacji dostaw i ich bezpieczeństwu. Konkurencyjny rynek energii ma bowiem fundamentalne znaczenie dla osiągnięcia celów inicjatywy *3x20% na 2020*.



## 2. ZAKRES I METODYKA BADAŃ NAD SKUTECZNOŚCIĄ EKOLOGICZNĄ POLITYKI ENERGETYCZNEJ UE W POLSCE

Celem przeprowadzonych przez Autorkę badań była identyfikacja ekologicznych celów polityki energetycznej Unii Europejskiej w Polsce oraz próba oceny stopnia faktycznego oraz prognozowanego stopnia ich realizacji. Sektor energetyczny działa w otoczeniu ekonomicznym i prawnym, w którym w coraz większym stopniu decyzje polityczne wpływają na kierunki jego rozwoju. Formę ekonomicznego i administracyjnego oddziaływania organów władzy publicznej na sektor energetyczny, jego strukturę i funkcjonowanie określono mianem *polityki energetycznej*.

W omawianych badaniach przyjęto, że ekologicznymi celami polityki energetycznej UE są: redukcja emisji dwutlenku węgla jako dominującego gazu cieplarnianego oraz zmiana struktury paliw, w tym wzrost udziału energii odnawialnej w zużyciu energii. Nadmienić należy, że te dwa cele ekologiczne polityki energetycznej są podstawowymi celami polityki klimatyczno-energetycznej, którą uznać należy za część polityki energetycznej.

Cel dotyczący redukcji emisji gazów cieplarnianych jest wyznaczony dla całej UE, bez wskazania celu redukcyjnego dla Polski oraz innych państw członkowskich. Ilościowe cele dla Polski i pozostałych państw członkowskich zostały natomiast wskazane w odniesieniu do udziału OZE w zużyciu energii. W przypadku Polski cel ten wynosi 15% udziału OZE w bilansie energii finalnej w 2020 roku. W Niemczech ten cel wynosi 18%, we Francji 23%, a w Szwecji aż 49%. Zróżnicowanie celów ilościowych podyktowane było wieloma czynnikami, zarówno ekonomiczno-gospodarczymi, jak i analizą źródeł wytwarzania energii w poszczególnych krajach członkowskich.

Badaniu poddana została gospodarka oraz sektor energetyczny w Polsce. Okres badawczy obejmuje lata 1988–2011, z prognozą do 2020 roku. Podzielony został na dwa okresy liczące po 12 lat: 1988–1999 i 2000–2011. Rok 1988 został wybrany jako bazowy, ponieważ jest to ostatni rok przed transformacją polityczno-gospodarczą Polski, a także jest dla Polski i innych krajów Europy Środkowo-Wschodniej rokiem bazowym realizacji zobowiązań protokołu z Kioto. Kolejny przyjęty w pracy rok — 1990 — to dla Polski i dla całej UE bazowy rok realizacji celów polityki energetycznej związanych z redukcją emisji gazów cieplarnianych zgodnie z założeniami pakietu klimatyczno-energetycznego. Z kolei rok 2000 został wybrany jako rok rozpoczęcia przygotowań Polski do członkostwa w UE. Okres badawczy kończy się w 2011 roku. Niektóre z przedstawianych zjawisk z uwagi na dostępność danych kończą się na 2010 roku. Dodatkowo lata 2008–2012 zostały potraktowane jako oddzielny okres badawczy, związany z analizą zobowiązań Polski wynikających z protokołu z Kioto.

Próba oceny realizacji wybranych celów stanowiła szerszą oceną niż określenie stopnia realizacji celu ilościowego w zakresie emisji dwutlenku węgla

i udziału OZE w zużyciu energii finalnej w 2020 roku. Autorka uzasadnia to tym, że problemem rozwoju gospodarki, w tym energetyki, staje się nie tylko wzrastający poziom emisji gazów cieplarnianych, lecz także, a być może przede wszystkim, aby redukcja ta była osiągnięta zgodnie z zasadą rozwoju trwałego — działania w zakresie ochrony środowiska powinny więc stanowić nierozłączną część procesu rozwoju i nie mogą być realizowane w oderwaniu od niego. Dlatego też ocena celu redukcji emisji dwutlenku węgla dokonana została także poprzez zbadanie emisyjności: PKB, zużycia energii oraz produkcji energii elektrycznej.

W dorobku niemieckiej literatury i badań nad polityką gospodarczą Autorka znalazła propozycję sposobu oceny celu redukcji emisji zanieczyszczeń w powiązaniu z oceną: emisyjności PKB, produktywności czasu pracy oraz czasem pracy na jednego zatrudnionego; zob. van Treeck (2012). Propozycję tę Autorka wykorzystała w ocenie skuteczności ekologicznej polityki energetycznej. Tempo zmian badanych czynników powinno wyznaczać tempo redukcji emisji gazów cieplarnianych, określonych wzorem:

$$\Delta E_{\text{co}_2} = \Delta(E_{\text{co}_2}/\text{PKB}) + \Delta(\text{PKB}/H) + \Delta E + \Delta(H/E)$$

gdzie:

$\Delta E_{\text{co}_2}$  — procentowa zmiana łącznej emisji dwutlenku węgla,

$\Delta(E_{\text{co}_2}/\text{PKB})$  — procentowa zmiana emisyjności PKB,

$\Delta(\text{PKB}/H)$  — procentowa zmiana produktywności jednej godziny pracy,

$\Delta E$  — procentowa zmiana liczby zatrudnionych,

$\Delta H/E$  — procentowa zmiana czasu pracy na jednego zatrudnionego.

### 3. WYNIKI BADANIA REALIZACJI CELÓW POLITYKI KLIMATYCZNO-ENERGETYCZNEJ UE W POLSCE

Biorąc pod uwagę strukturę mocy zainstalowanej w polskiej energetyce, jak również strukturę wytwarzania energii szybko można stwierdzić, że Polska jest krajem wyjątkowo silnie uzależnionym od węgla. Dodatkowy problem stanowi przestarzała infrastruktura energetyczna, niespełniająca norm ekologicznych i wydajnościowych.

Polska posiada stosunkowo duże zasoby paliw stałych (węgiel kamienny i brunatny), niewielkie zasoby gazu ziemnego, znikome zasoby ropy naftowej. W zakresie odnawialnych źródeł energii dominują biomasa i energia wód geotermalnych. Polska nie posiada rud uranu o znacznej koncentracji tego pierwiastka, natomiast znaczne ilości uranu znajdują się w postaci rozproszonej; zob. Soliński (2012). Dla przypomnienia, kopalne surowce energetyczne oraz OZE stanowią źródło energii pierwotnej. Omawiając z kolei energię finalną, należy zaznaczyć, że w statystykach do jej nośników obok węgla, ropy, gazu oraz OZE zaliczane

są także energia elektryczna i ciepło. Taka klasyfikacja zniekształca jednak ocenę udziału pierwotnych nośników energii w jej zużyciu, bowiem energia elektryczna i ciepło powstają na skutek wykorzystania pierwotnych źródeł energii. Kwestia ta zostanie uwzględniona przy analizie danych dotyczących zużycia energii finalnej.

Krajowe wydobycie węgla kamiennego i brunatnego zaspokaja większość krajowego zapotrzebowania na węgiel kamienny i całkowity popyt na węgiel brunatny.

Ponad 70% wydobywanego w Polsce węgla (kamiennego i brunatnego) jest zużywane do produkcji energii elektrycznej. W przypadku węgla brunatnego ponad 99% tego surowca jest zużywane w zakładach dostarczających energię elektryczną oraz ciepło.

Ropa naftowa jest drugim co do wielkości źródłem energii w Polsce. Dla przykładu, w samym 2009 roku Polska wyprodukowała ok. 0,7 mln ton ropy naftowej, co pokryło ok. 3% całkowitego zużycia ropy w Polsce. Rosja jest największym źródłem importu ropy naftowej, skąd pochodzi około 94% tego surowca dla Polski. Import ropy naftowej z Rosji jest realizowany przez rurociąg Przyjaźń. W 2009 roku pozostałe ilości ropy importowane były głównie z Algierii (ok. 2%), Wielkiej Brytanii i Norwegii (ok. 1%); zob. *Polityki energetyczne...*(2011).

Zużycie gazu ziemnego w badanym okresie wyraźnie wzrosło od 374,2 PJ w 1990 roku (około 10 mld m<sup>3</sup>) do 534,8 PJ w 2010 roku (15,2 mld m<sup>3</sup>). Stanowi to wzrost o 43% w stosunku do roku 1990. Najwięcej gazu w Polsce zużywa przemysł — około 37% całkowitego zużycia gazu, następnie sektory mieszkaniowy i usług — odpowiednio 26% i 13% gazu ogółem. Około 2/3 wykorzystywanego w Polsce gazu pochodzi z importu. Rosja jest głównym źródłem importu gazu ziemnego (ponad 80% dostaw importowych).

Według licznych raportów przygotowanych zarówno przez Międzynarodową Agencję Energetyczną, jak i przez Państwowy Instytut Geologiczny, Polska może dysponować jednymi z największych w Europie złożami gazu pochodzącego ze skał łupkowych, potocznie nazywanego gazem łupkowym. Szacunkowe dane dotyczące potencjalnych zasobów wahają się od 380 mld m<sup>3</sup> aż do nawet 5,3 bln m<sup>3</sup>, przy czym najbardziej realne wydają się dane PIG, które wskazują wielkość zasobów na poziomie 2 bln m<sup>3</sup>.

Kolejnymi nośnikami energii finalnej są według statystyk energia elektryczna i ciepło. W 2011 roku struktura produkcji energii elektrycznej nie uległa większym zmianom. Nadal zdecydowane znaczenie mają dwa główne paliwa — węgiel kamienny i brunatny, z których wytwarza się około 90% energii elektrycznej w Polsce. Na uwagę zasługuje jednak utrzymujący się od kilku lat wzrost produkcji energii elektrycznej ze źródeł odnawialnych.

W latach 1990–2010 Polska zdołała zredukować straty sieciowe z 11,4% do 8% produkowanej energii elektrycznej, jednak wskaźnik ten pozostaje na poziomie wyższym niż dla państw OECD (6%); zob. *Polityki energetyczne...*(2011).

W Polsce energia elektryczna wytwarzana jest głównie w zawodowych elektrowniach ciepłych, opalanych węglem kamiennym i brunatnym. Część energii elektrycznej pochodzi z elektrowni przesyłowych należących do przedsiębiorstw przesyłowych oraz z elektrowni gazowych. Nieznaczny udział w produkcji energii elektrycznej mają także elektrownie wodne, wiatrowe oraz elektrownie spalające biomasę oraz biogaz<sup>3</sup>.

Celem głównym badań była ocena skuteczności ekologicznych celów polityki energetycznej, stanowiących jednocześnie podstawowe cele polityki klimatycznej UE. Taki zamiar badawczy wymusił próbę przypisania Polsce celów ilościowych europejskiej polityki energetycznej. UE nie wyznaczyła krajowych celów dla Polski i innych państw członkowskich, a tylko dla emisji w UE łącznie. Z braku innych podstaw, uznano że zmniejszenie emisji gazów cieplarnianych, w tym dwutlenku węgla o 20% w 2020 roku w stosunku do poziomu z 1990 roku, jest także celem właściwym dla Polski. W żadnym dokumencie strategicznym nie potwierdza się tego, ani inaczej sformułowanego celu ilościowego dla Polski i dla innych państw członkowskich. Istnieje wiele argumentów, że te cele w skali UE powinny być zróżnicowane, z uwagi na różny udział gospodarek poszczególnych państw członkowskich w łącznej emisji gazów cieplarnianych UE.

Ocenę stopnia redukcji gazów cieplarnianych i samego dwutlenku węgla dokonano poprzez ustalenie poziomów emisji, następnie badanie dynamiki emisji oraz analizę struktury emisji w podziale na emitentów w Polsce w latach 1988–2011 w stosunku do lat bazowych.

Według obliczeń własnych Autorki, emisja dwutlenku węgla ogółem w 2011 roku spadła o prawie 30% w stosunku do poziomu z 1988 roku, o 11,17% w stosunku do 1990 roku, wzrosła o 4,9% w stosunku do 2000 roku oraz wzrosła o 4,3% w stosunku do 2005 roku. Autorka wskazała, że zarówno w łącznej krajowej emisji, jak i w emisji CO<sub>2</sub> pochodzącej z energetyki większa redukcja miała miejsce w latach 1988–1999 (pierwszy okres badawczy), niż w latach 2000–2011, przypadającymi na okres formułowania i obowiązywania polityki energetycznej UE, kiedy mamy do czynienia ze wzrostem emisji ogółem i niewielkim spadkiem w energetyce. W Polsce, w badanym okresie, energetyka wytwarzała ponad połowę emisji dwutlenku węgla.

Drugi z analizowanych celów ekologicznych polityki energetycznej, czyli osiągnięcie określonego udziału OZE w zużyciu energii finalnej, został dokładnie zdefiniowany zarówno dla całej UE, jak i poszczególnych państw członkowskich. W całej UE ma zostać osiągnięty 20% udział OZE w 2020 roku w zużyciu energii finalnej. Każde państwo członkowskie ma przypisany indywidualny cel w tym

---

<sup>3</sup> Jednym z parametrów charakteryzujących elektrownię jest moc elektryczna. Moc jest wielkością fizyczną oznaczającą zdolność obiektu do wykonania pracy, czyli w przypadku energii elektrycznej — jej wytworzenia w elektrowni. Jednostką mocy jest wat (W), choć powszechnie używa się jednostek 1 kW (kilowat) = 1 000 W, 1 MW (megawat) = 1 000 000 W oraz 1 GW (gigawat) = 1 000 000 000 W; [www.cire.pl](http://www.cire.pl) [dostęp 11.01.2013].

zakresie. Polska została zobowiązana do 15% udziału OZE w zużyciu energii finalnej w 2020 roku. W odniesieniu do tego celu, trudności powoduje brak konsekwencji w podstawie odniesienia; przed rokiem 2009 było to zużycie energii pierwotnej, po 2009 roku zużycie energii finalnej. Dlatego ocenę realizacji tego celu dokonano przez badanie zmian udziału OZE w zużyciu energii pierwotnej i finalnej w latach 1990–2011 wraz z prognozą do 2020 roku przygotowaną przez Ministerstwo Gospodarki.

Aby Polska zrealizowała założony cel 20% redukcji emisji gazów cieplarnianych w 2020 roku w stosunku do poziomu z 1990 roku, nie może wyemitować w roku docelowym więcej gazów cieplarnianych łącznie niż 365,9 mln t, a samego dwutlenku węgla nie więcej niż 298,8 mln t CO<sub>2</sub>. Z oficjalnych prognoz rządowych wynika, że w 2020 roku w Polsce emisja może wynosić 365,95 mln t wszystkich gazów cieplarnianych i 295,8 mln t samego dwutlenku węgla, co oznacza że zgodnie z oficjalnymi prognozami Polska zredukuje emisję gazów cieplarnianych w 2020 roku o 20,80% w stosunku do poziomu z 1990 roku, a samego dwutlenku węgla o 20,56% w stosunku do poziomu z 1990 roku.

Ocenę zmian emisji CO<sub>2</sub> odniesiono nie tylko do stopnia redukcji i jego porównania z celami ekologicznymi polityki energetycznej, ale także odniesiono do zmian PKB, zużycia energii pierwotnej i produkcji energii elektrycznej. W tym celu podjęto próbę własnego szacunku emisji CO<sub>2</sub>, poziomu zużycia energii pierwotnej, produkcji energii elektrycznej oraz wielkości PKB do 2020 roku, niezależnie od prognoz unijnych i krajowych instytucji. Prognozy zawarte w pracy oparto o zależności badanej cechy statystycznej od czasu (trend). Mając faktyczną emisję CO<sub>2</sub>, zużycie energii pierwotnej, produkcję energii elektrycznej oraz wielkości PKB w latach 1989–2011 oszacowano funkcję trendu oraz dokonano jej rozwinięcia do 2020 roku. W procesie prognostycznym wykorzystano modele liniowe, logarytmiczne, wielomianowe i potęgowe. Każdorazowo wybrano taki model, który zakładał najwyższą wartość współczynnika R<sup>2</sup>, co świadczy o dopasowaniu modelu prognozy do trendu oszacowanego na podstawie danych historycznych. Ze względu na zachowanie porównywalności danych w przeprowadzonym badaniu do analizy przyjęto okres 1989–2011 (brak niektórych danych za rok 1988).

Tabela 1 stanowi zestawienie wyników ekstrapolacji trendów badanych kategorii. Z oszacowanej funkcji trendu emisji dwutlenku węgla wynika, że emisja CO<sub>2</sub> w 2020 roku wyniosłaby 425 mln t, co oznaczałoby 90% emisji z 1988 roku oraz aż 113,8% z 1990 roku. Z syntetycznych wyników badania trendów wynika, że poziom emisji CO<sub>2</sub> w Polsce w 2020 roku nie zmniejszy się, a wzrośnie o 13,8% w stosunku do poziomu emisji z 1990 roku. Oznacza to, że według obliczeń Autroki, założony cel 20% redukcji w 2020 roku w stosunku do poziomu z 1990 roku nie zostanie osiągnięty przez Polskę. Budzi to zagrożenie i obawę o niską skuteczność polityki energetycznej. Tymczasem spadek emisyjności zużycia energii pierwotnej i produkcji energii elektrycznej są wyraźne i wynoszą odpowied-

nio 12,7% i 16,8%. Spadek emisyjności PKB oszacowany na podstawie funkcji trendów emisji CO<sub>2</sub> i PKB jest zaskakująco wysoki i wynosi aż 98% w stosunku do poziomu z 1990 roku.

Tabela 1

Syntetyczne zestawienie badanych wielkości dla Polski z lat 1989, 1990 i ich predykcji dla 2020 roku

Wielkości	1988	1990	2020	Zmiana w 2020 r. w stosunku do 1989 r. (w %)	Zmiana w 2020 r. w stosunku do 1990 r. (w %)
Emisja CO <sub>2</sub> w mln t	451,8	373,5	425	-5,9	13,8
Zużycie energii pierwotnej w Mtoe	105,8	126,31	142	34,2	12,4
Produkcja energii elektrycznej w Mtoe	11,7	12,51	16	36,8	27,9
PKB w mld zł	11,8	56	2000	16849,2	3471,4
Emisyjność PKB w kg CO <sub>2</sub> /zł	38,19	6,67	0,12	-99,7	-98,2
Emisyjność zużycia energii pierwotnej kg CO <sub>2</sub> /ktoe	3,58	3,53	3,08	-14,0	-12,7
Emisyjność produkcji energii elektrycznej kg CO <sub>2</sub> /ktoe	36,12	31,86	26,5	-26,6	-16,8

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2 przedstawia syntezę przeprowadzonej oceny osiągnięcia celów ekologicznych polityki UE przez Polskę zakresie ograniczania emisji gazów cieplarnianych i udziału OZE.

Zobowiązanie wynikające z protokołu z Kioto, polegające na redukcji emisji gazów cieplarnianych o 6% w latach 2008–2012 w stosunku do poziomu z 1988 roku, Polska zrealizowała ze znaczną nadwyżką. Jest to związane przede wszystkim z ograniczeniem emisji gazów cieplarnianych, który towarzyszył restrukturyzacji gospodarki będącej wynikiem przemian polityczno-gospodarczych po 1989 roku.

Ekologiczny cel polityki energetycznej, poza redukcją emisji dwutlenku węgla, został sprowadzony do wzrostu udziału OZE w zużyciu energii. Autorka dokonała oceny stopnia realizacji tego celu: zbadano wielkość i strukturę zużycia odnawialnych źródeł energii i ich udział w strukturze nośników ogółem. Zgodnie z zaprezentowaną projekcją, w 2020 roku OZE osiągną poziom 10,71 M ton zużycia energii finalnej brutto, co stanowi udział na poziomie 15,48%. Oznacza to realizację założonego celu osiągnięcia 15% udziału OZE w zużyciu energii finalnej.

Tabela 2

Ocena osiągania celów ekologicznych polityki energetycznej UE przez Polskę  
w zakresie ograniczania emisji gazów cieplarnianych i udziału OZE w ujęciu ilościowym  
(stan na kwiecień 2013 r.)

Przyjęte w pracy ekologiczne cele polityki energetycznej	Cele ustanowione przez UE lub krajowe dokumenty strategiczne	Lata osiągnięcia celu	Rok bazowy	Stopień zrealizowania celu przez Polskę
1. Redukcja emisji dwutlenku węgla	<b>Redukcja emisji gazów cieplarnianych o 6% w latach 2008–2012 w stosunku do 1988 roku</b>	<b>2008–2012</b>	1988	Pomimo tego, że analiza danych nie uwzględnia ostatniego roku objętego celem redukcyjnym, można jednak stwierdzić, że <b>cel redukcyjny został osiągnięty</b> (w latach 2008–2011 średniorocznie cel został osiągnięty z 25%-ową nadwyżką).
	Zredukowanie emisji gazów cieplarnianych o co najmniej 20% do 2020 roku w stosunku do poziomu z 1990 roku (brak celu krajowego — Autorka przyjęła, że cel UE odnosi się do jego ilościowego osiągnięcia przez każde państwo członkowskie, w tym Polskę). <b>Cel ten został przeliczony przez Autorkę i wynosi 365,952 mln t CO<sub>2</sub> dla gazów cieplarnianych i 298,8 mln t CO<sub>2</sub> dla samego dwutlenku węgla.</b>	<b>2020</b>	1990	Według prognoz administracji poziom w 2020 roku wynosić będzie: — 363,39 mln t dla gazów cieplarnianych. — 295,80 mln t dla CO <sub>2</sub> . Według obliczeń własnych Autorki, prognoza emisji samego CO <sub>2</sub> wyniesie 425 mln t CO <sub>2</sub> w 2020 roku. <b>Wnioski:</b> <b>1. Według prognoz KOBIZE cel zostanie osiągnięty — redukcja emisji gazów cieplarnianych ma wynosić w 2020 roku 20,56%, a samego CO<sub>2</sub> 20,8% .</b> <b>2. Według obliczeń własnych Autorki, cel nie zostanie osiągnięty, gdyż redukcja emisji w 2020 roku nie zostanie zredukowana tylko nastąpi jej wzrost o 13,8 % w stosunku do poziomu z 1990 roku</b>
2. Zwiększenie udziału OZE w zużyciu energii	Osiągnięcie udziału energii ze źródeł odnawialnych w zużyciu energii pierwotnej na poziomie 7,5%	<b>2000–2010</b>	<b>2010</b>	Nie osiągnięty (osiągnięcie poziomu 7,133%)
	<b>Zwiększenie udziału energii odnawialnej do 15% zużycia energii finalnej w Polsce w 2020 roku</b>	<b>2009–2020</b>	<b>2020</b>	Cel zostanie osiągnięty według obliczeń Autorki dokonanych na podstawie prognoz administracji; poziom udziału OZE w 2020 roku wynosić będzie 15,48% zużycia energii finalnej.

Pomimo rozbudowanej literatury związanej z ekonomią ekologiczną nie wypracowano kryterium oceny zmian emisji zanieczyszczeń i innych gazów z perspektywy czynników makroekonomicznych. Ilościowy cel redukcji emisji gazów cieplarnianych w UE i w Polsce nie został powiązany w dokumentach strategicznych z żadnym innym kryterium jego weryfikacji, poza tempem spadku. Autorka uznała jednak, że kontrola zmian poziomu emisji CO<sub>2</sub>, jako dominującego gazu cieplarnianego (udział ponad 82% w emisji wszystkich gazów cieplarnianych), niezależnie od innych czynników makroekonomicznych nie jest słuszne i nie wpisuje polityki energetycznej w zasady zrównoważonego rozwoju. Emisja zanieczyszczeń i innych gazów, w tym cieplarnianych, kształtuje także jakość życia z jednej strony, a z drugiej strony jest obiektywnym zjawiskiem w procesach aktywności gospodarczej i zawodowej osób zatrudnionych. Eliminacja emisji CO<sub>2</sub>, zwłaszcza w pozyskiwaniu i produkcji energii, nie jest możliwa. Rozwój trwały wymaga, aby obciążanie emisją zanieczyszczeń produktów, procesów produkcji, konsumpcji i aktywności zawodowej zatrudnionych było ograniczone do możliwości technicznych, organizacyjnych i finansowych. Dlatego też Autorka wykorzystała spotkaną w literaturze niemieckiej metodę wyznaczania pożądanej zmiany emisji gazów cieplarnianych przez wybrane wskaźniki makroekonomiczne. Są to: emisyjność PKB, produktywność czasu pracy, zmiana liczby zatrudnionych oraz czas pracy jednego zatrudnionego.

Przypomnijmy, z opisu metody badania tych zależności pochodzącej z literatury niemieckiej, że łączne tempo zmian wybranych czterech czynników powinno wyznaczać oczekiwane tempo redukcji emisji gazów cieplarnianych, przy czym tempo zmian emisyjności PKB oraz tempo zmian czasu pracy jednego zatrudnionego powinno spadać, podczas gdy tempo zmian produktywności czasu pracy oraz tempo zmian liczby zatrudnionych powinno rosnąć. Dane niezbędne do sprawdzenia tych zależności w Polsce udało się skompletować tylko dla lat 2002–2011 (Tabela 3). W żadnym z badanych lat nie zauważono zbieżności tempa zmian emisji CO<sub>2</sub> z tempem zmian czterech badanych czynników. W kilku latach zgadzały się tylko kierunki zmian, np. wzrosło tempo po obu stronach równania, zwłaszcza w 2003 roku. Najbardziej korzystny kierunek zmian miał miejsce w 2009 roku. Redukcja emisji dwutlenku węgla wyniosła wtedy 4,4%, zaś spadek tempa czterech porównywanych czynników wyniósł 6,01%. W tym roku miał miejsce wysoki spadek emisyjności PKB, aż o 11,53% oraz wzrost produktywności jednej godziny pracy aż o 8,07%. Niestety spadła liczba zatrudnionych, chociaż niezbyt istotnie o 1,82%, ale także czas pracy na jednego zatrudnionego o 0,73%, co uznaje się za korzystną tendencję zmian w rozwoju społeczno-gospodarczym. W pozostałych latach zmiany tempa emisji CO<sub>2</sub> nie były zrównoważone z tempem zmian badanych wskaźników makroekonomicznych.



Tabela 3

Stopień realizacji celów ekologicznych a stopień realizacji celów makroekonomicznych w Polsce w latach 2002–2011

Lata	Tempo zmian faktycznej emisji CO <sub>2</sub> (w % — cel ekologiczny)	Emisyjność PKB (w kg CO <sub>2</sub> /zł PKB)	Tempo zmian emisyjności PKB (w %)	Tempo zmian produktywności 1 godz. pracy PKB/czas pracy (w %)	Tempo zmian liczby zatrudnionych w gospodarce (w %)	Tempo zmian czasu pracy na 1 zatrudnionego w gospodarce (w %)	Łączne zmiany badanych czynników (w % — cel makroekonomiczny)
2002	-3,77	0,39	-3,59	3,97	-0,48	0,24	0,14
2003	4,00	0,37	-5,13	22,22	-15,30	0,73	2,53
2004	1,17	0,34	-8,11	9,50	0,63	-0,48	1,54
2005	0,40	0,32	-5,88	5,46	1,34	-0,49	0,43
2006	4,26	0,30	-6,25	5,12	2,55	0,00	1,42
2007	0,26	0,28	-6,67	6,31	4,17	0,24	4,05
2008	-1,71	0,26	-7,14	6,33	1,93	0,00	1,12
2009	-4,40	0,23	-11,53	8,07	-1,82	-0,73	-6,01
2010	6,35	0,22	-4,34	3,28	2,36	-0,25	1,05
2011	-0,10	0,22	0,0	6,84	0,89	-0,25	7,48

Źródło: Opracowanie własne: Cięciak (2013), s. 74.

Redukcja emisji dwutlenku węgla miała także miejsce w 2002 roku (-3,77%), w 2008 roku (-1,71%), w 2011 roku (-0,10%). Ale tempo zmian badanych czynników w tych latach było odwrotne, zwłaszcza w 2011 roku, spadła wówczas emisyjność PKB o 1,2%, wzrosła produktywność jednej godziny pracy o 6,89%, wzrosła liczba zatrudnionych o 0,089% i spadł czas pracy jednego zatrudnionego o 0,25%. Tendencje te można uznać za korzystne. Niewielkie tempo redukcji CO<sub>2</sub> wydaje się dla tych zmian także korzystnym procesem. Największe rozbieżności pomiędzy tempem zmian emisji CO<sub>2</sub> i tempem zmian badanych czynników (Tabela 4) miały miejsce w 2010 roku (aż prawie 6 razy, ale oba cele miały dodatnie tempo zmian), w 2002 roku prawie 27 razy, przy spadku tempa redukcji CO<sub>2</sub> oraz niewielkim wzroście tempa zmian badanych czynników makroekonomicznych. W 2006 roku redukcja CO<sub>2</sub> 3 razy wyprzedzała wzrost czynników makroekonomicznych, co można uznać za korzystne, ale utrzymanie takich tendencji w dłuższym okresie nie jest możliwe z powodu naturalnej presji procesów gospodarczych na środowisko. Presję tę należy optymalizować, ale nie można jej minimalizować, jeśli oddziaływanie gospodarki na środowisko przyrodnicze uznaje się za obiektywne.

Tabela 4

Relacja między tempem zmian emisji CO<sub>2</sub>, a tempem zmian czterech czynników jakości życia w Polsce w latach 2000–2011

Lata	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Tempo zmian emisji CO <sub>2</sub> w %	-3,77	4,00	1,17	0,40	4,26	0,26	-1,71	-4,40	6,35	-0,10
Łączne zmiany badanych czynników % (cel makroekonomiczny)	0,14	2,53	1,54	0,43	1,42	4,05	1,12	-6,01	1,05	7,48
Wyprzedzenie tempa zmian emisji CO <sub>2</sub> względem tempa zmian badanych czynników (razy)	-26,93	1,58	0,76	0,93	3,00	0,06	-1,53	0,73	6,01	-0,01

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych Tabeli 3.

Zdaniem Autorki należałoby intensyfikować badania nad powiązaniami zmian emisji dwutlenku węgla i czynników jakości życia. Możliwość tych badań jest ograniczona dostępnością danych i brakiem w tym zakresie doświadczeń badawczych. W omawianej pracy szansę takich badań Autorka odkryła już na etapie finalizowania zadań badawczych. Interesujące byłyby badania porównawcze między Polską a UE, dla której dane źródłowe gromadzi i agreguje Eurostat. Dla badań w Polsce, tego typu analizy oceny zmian emisji i emisyjności oraz czynników jakości życia nie są dotąd znane.

Podsumowując dokonane badania należy stwierdzić, że ocena tej skuteczności jest także utrudniona brakiem wskazań w dokumentach formułujących cele ekologiczne polityki energetycznej, aby osiągnięcie tych celów weryfikować w odniesieniu do zmian jakości życia. Co więcej, przeprowadzona przez Autorkę analiza pozwala stwierdzić, że w badaniu skuteczności, która stanowi paradygmat każdej polityki sektorowej, należy się koncentrować nie tylko na jej ocenie polegającej na badaniu stopnia zrealizowania założonych celów, ale także, lub przede wszystkim, na doskonaleniu umiejętności wyznaczania tych celów.

#### 4. SZANSE I WYZWANIA DLA POLSKIEJ GOSPODARKI

Problematyka dotycząca polityki klimatyczno-energetycznej UE od kilku lat jest jednym z głównych tematów poruszanych na forum opinii publicznych, ze względu na skrajne stanowiska względem słuszności jej realizacji. Obecnie jest to niezwykle aktualny temat, z uwagi na prowadzone prace dotyczące opracowywania nowych celów polityki klimatycznej w odniesieniu do energetyki.

Realizowana w Polsce od 2004 roku polityka klimatyczna adresowana jest przede wszystkim do działalności sektora energetycznego. Od czasu jej wdrażania powstało kilka znaczących analiz i raportów przygotowanych przez krajowe oraz międzynarodowe instytucje i ośrodki badawcze; zob. *Transformacja...* (2011), *Raport 2030...* (2008), *Krótkookresowe...* (2012), *W stronę...* (2012). Oceniają one skutki ekonomiczno-społeczne wdrożenia dla Polski pakietu klimatyczno-energetycznego. Analizy te łączy główny wniosek, że w Polsce, podobnie jak w pozostałych nowych krajach członkowskich, negatywny wpływ wprowadzenia pakietu na gospodarkę będzie wyższy niż przeciętnie w całej UE. Podobną ocenę zawierają wnioski najnowszego raportu przygotowanego w 2013 roku przez Krajową Izbę Gospodarczą i firmę EnergSys, który mówi wyraźnie, że unijna polityka klimatyczna powoduje wzrost kosztów energii dla gospodarstw domowych w UE. Nie powoduje też zmniejszenia emisji gazów cieplarnianych w skali globalnej, ale widać, że kraje realizujące te politykę odnotowują spadek dobrobytu; zob. *Polityka klimatyczno-energetyczna...* (2013).

Opublikowane w styczniu 2014 roku nowe propozycje założeń polityki klimatyczno-energetycznej do 2030 roku, czyli tzw. *Pakiet 2030*, zakłada podniesienie wiążącego celu redukcji emisji CO<sub>2</sub> do 40%) oraz zwiększenie udziału OZE do minimum 27% w bilansie energii finalnej całej Unii Europejskiej. Propozycje zakładają podniesienie wiążącego celu redukcji emisji CO<sub>2</sub> o dodatkowe 20 punktów proc. oraz zwiększenie udziału OZE o min. 7 punktów proc. w porównaniu z postanowieniami wyznaczonymi na 2020 rok. Według przedstawicieli KE, cele te są najbardziej efektywnym kosztowo krokiem w kierunku niskowęglowej gospodarki. Podobnie jak w poprzednich założeniach polityki kli-

matycznej, cele redukcyjne niestety nie zostały powiązane szczegółowo z czynnikami makroekonomicznymi wskazującymi jakość życia.

Polskie władze krytycznie oceniają nowe pomysły Komisji Europejskiej. Zaznaczają, i słusznie, że najpierw potrzebne jest globalne porozumienie klimatyczne i dopiero, w odniesieniu do niego, Unia powinna wyznaczać nowe cele redukcji emisji i udziału energii z odnawialnych źródeł.

Największe kontrowersje budzi nowa propozycja podwyższenia celu redukcji CO<sub>2</sub> do 40% oraz dopuszczenie mechanizmu trwałego wycofania części uprawnień do emisji poprzez reformę systemu handlu przydziałami emisji gazów cieplarnianych w Unii Europejskiej. W tym kontekście, proponowane zmiany strukturalne dyrektywy ETS, w przypadku ich przyjęcia, niosą poważne zagrożenia dla konkurencyjności polskiej gospodarki przez podwyżkę cen energii.

Z kolei odejście od wyznaczania obligatoryjnych celów dla poszczególnych krajów członkowskich na rzecz ustanowienia wspólnego celu udziału OZE w zużyciu energii finalnej w Unii Europejskiej, potencjalnie otwiera możliwość rozłożenia celu unijnego na wszystkie państwa członkowskie w różnym stopniu, w zależności od ich ekonomicznych i geograficznych uwarunkowań. Dzięki temu kraje dysponujące większym potencjałem do rozwoju OZE, w większym stopniu uczestniczyłyby w realizacji tego wspólnego celu, a państwa takie jak Polska, które ze względu na silne uzależnienie od węgla i wysokie koszty zmiany technologii, zainteresowane są wprowadzaniem zmian w wolniejszym tempie, mogłyby zaangażować się w rozwój OZE na niższym, ale społecznie i gospodarczo akceptowalnym poziomie. Istnieje jednak obawa, że jeden ogólny cel dla całej Unii może powodować podobne komplikacje w jego realizacji, gdyż niektóre państwa w czasie jego realizacji nie koniecznie będą się dostosowywać do unijnego celu, uważając że mają w tym zakresie mniejszy udział lub ze względu na nagle zaistniałe czynniki w danym kraju, założony wstępnie cel nie będzie zrealizowany. Przy jednym ogólnym celu dla całej UE, kwestia skuteczności i odpowiedzialności na pewno będzie niższa i słabsza niż w przypadku obligatoryjnych krajowych celów dla poszczególnych państw członkowskich.

Instytucje Unii Europejskiej powinny najpierw opracować obiektywną ocenę skutków dotychczasowych działań UE w zakresie ochrony klimatu i ich wpływu na politykę energetyczną. Nowe cele i propozycje uważają za mało realne, ale też groźne dla konkurencyjności przemysłu. Kluczowe jest więc przyjrzenie się kosztom, które my — konsumenci, przedsiębiorcy i mieszkańcy UE — ponosimy za bycie liderem walki z klimatem.

Polska uczestnicząc przy ustalaniu nowych celów polityki klimatycznej nie może zapominać o rodzimych surowcach energetycznych, czyli węglu. Surowiec ten przez ostatnie lata traktowany był jak „czarna owca” europejskiej energetyki, ze względu na swoją wysoką emisyjność. Polska powinna skoncentrować się na tym, by gospodarka oparta na węglu była jednocześnie gospodarką

niskoemisyjną. Wpływa to na wysoki poziom bezpieczeństwa energetycznego naszego kraju, przy jednoczesnym obniżeniu emisji powstających podczas spalania węgla. To nie tylko korzyści dla środowiska, ale również dla biznesu, bo nowe efektywne technologie energetyczne znajdują nabywców w innych krajach UE, a także w Chinach czy Indiach. Drugim najważniejszym wyzwaniem jest poprawienie konkurencyjności produkcji w Polsce i w Europie, bez degradacji środowiska. Innowacyjność, również w energetyce, ma kluczowe znaczenia dla poprawy konkurencyjności europejskich gospodarek na arenie międzynarodowej. Podstawowym warunkiem jest jednak tania energia.

Obniżaniu cen pomogą nie tylko nowe technologie, lecz także dobre wykorzystanie rodzimych źródeł energii. Dla Polski dużą szansą może być gaz z łupków, którego poszukiwania trwają, o ile Bruksela, jak chce część państw członkowskich, nie podejmie decyzji w sprawie ograniczania możliwości jego wydobywania. Stany Zjednoczone, poprzez wydobywanie ogromnych ilości gazu łupkowego mają dzisiaj niemal dwukrotnie tańszą energię elektryczną, a gaz na potrzeby chemii jest tam czterokrotnie tańszy niż w Unii Europejskiej, a zwłaszcza w Polsce. UE nie ma szans na to, żeby być konkurencyjna przy takich cenach energii. Tymczasem w Unii Europejskiej głównie dyskutuje się o zagrożeniach, jakie mogą wiązać się z jego wydobywaniem.

Obecnie obowiązująca polityka klimatyczno-energetyczna UE była tworzona w sytuacji, kiedy myślano, że ceny paliw kopalnych będą rosły z uwagi na ich kończące się zasoby. Stąd zakładano, że powstaną nowe technologie, które je zastąpią. Tak się nie stało, czego najlepszym przykładem jest wspomniana „rewolucja łupkowa” w USA. Polityka klimatyczno-energetyczna UE jest błędnie zaprojektowana, dlatego nie może być skuteczna. Jako że jest błędnie zaprojektowana, to nie można jej naprawić, lecz trzeba ją zmienić.

## BIBLIOGRAFIA

- Bukowski Z. (2007), *Prawo ochrony środowiska Unii Europejskiej*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
- Cięciak K. (2014), *Skuteczność ekologiczna polityki energetycznej Unii Europejskiej w Polsce*, Fundacja Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- CO<sub>2</sub> Emissions from Fuel Combustion, IEA Statistics, Edition 2011, International Energy Agency.
- Communication from the Commission to the European Parliament, the Council, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions, 20 20 by 2020 — Europe's climate change opportunity, COM(2008) 30 z 23.01.2008.
- Czaja S., Fiedor B., Jakubczyk Z. (1993), *Ekologiczne uwarunkowania wzrostu gospodarczego w ujęciu współczesnej teorii ekonomii*, Wydawnictwo Ekonomia i Środowisko, Białystok.
- Decyzja Rady 2002/358/WE z dnia 25 kwietnia 2002 r. dotycząca zatwierdzenia przez Wspólnotę Europejską protokołu z Kioto do Ramowej Konwencji Narodów Zjednoczonych w sprawie zmian klimatu i wspólnej realizacji wynikających z niego zobowiązań.
- Dobroczyńska A., Juchniewicz L., Zaleski B. (2011), *Regulacja energetyki w Polsce*, Wydawnictwo Adam Marszałek, Warszawa–Toruń.

- Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2009/28/WE z dnia 23 kwietnia 2009 r. w sprawie promowania stosowania energii ze źródeł odnawialnych zmieniająca i w następstwie uchylająca dyrektywę 2001/77/WE oraz 2003/30/WE, Dz.U. UE L 140/16 z 05.06.2009 r.
- Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2009/29/WE z dnia 23 kwietnia 2009 r. zmieniająca dyrektywę 2003/87/WE w celu usprawnienia i rozszerzenia wspólnotowego systemu handlu uprawnieniami do emisji gazów cieplarnianych, Dz.U. UE L 140/63 z 05.06.2009 r.
- Ekonomia środowiska i zasobów naturalnych* (1996), red. H. Folmer, L. Gabel, H. Opschoor, Wydawnictwo Krupski i S-ka, Warszawa.
- EU energy and transport trends to 2030* (2010), European Commission, Directorate-General for Energy in collaboration with Climate Action DG and Mobility and Transport DG, Publications Office of the European Union, Luksemburg.
- Famielec J. (1999), *Straty i korzyści ekologiczne w gospodarce narodowej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Kraków.
- Górka K., Poskrobko B., Radecki W. (2001), *Ochrona środowiska*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Komunikat Komisji do Parlamentu Europejskiego, Rady, Europejskiego Komitetu Ekonomiczno-Społecznego i Komitetu Regionów: Energia 2020. Strategia na rzecz konkurencyjnego, zrównoważonego i bezpiecznego sektora energetycznego, COM(2010) 639 z 10.11.2010.
- Komunikat Komisji do Rady Europejskiej i Parlamentu Europejskiego: Europejska Polityka Energetyczna, COM(2007) 1 z 10.01.2007.
- Krajowy raport inwentaryzacyjny 2012. Inwentaryzacja gazów cieplarnianych w Polsce dla lat 1988–2010* (2012), KOBiZE, Warszawa.
- Krótkookresowe skutki makroekonomiczne pakietu energetyczno-klimatycznego w gospodarce Polski Wnioski dla polityki pieniężnej*, Narodowy Bank Polski Instytut Ekonomiczny, Warszawa, marzec 2012.
- Kryk B., Nowak-Lewandowska R. (1999), *Sprzężenie polityka ekologiczna — polityka ekonomiczna*, Polityka Gospodarcza, nr 2.
- Kryk B. (2001), *Prawne dostosowania energetyki do wymogów ekologicznych*, *Ekonomika i Organizacja Przedsiębiorstwa*, nr 6.
- Kucowski J., Laudyn D., Przekwas M. (1994), *Energetyka a ochrona środowiska*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Polityka klimatyczno-energetyczna Unii Europejskiej Ocena, propozycje zmian, nowa filozofia, nowe cele* (2013), Krajowa Izba Gospodarcza, EnergSys, Warszawa.
- Polityki energetyczne państw MAE. Polska 2011, Przegląd* (2011), Międzynarodowa Agencja Energetyczna, Paryż, s. 70, 127.
- Protokół z Kioto do Ramowej Konwencji Narodów Zjednoczonych w sprawie zmian klimatu z dnia 11.12.1997, Dz.U. 2005, nr 203, poz. 1684.
- Rada Europejska w Brukseli z 8–9 marca 2007 r. — konkluzje prezydencji, Rada Unii Europejskiej, 7224/07.
- Raport 2030. Wpływ proponowanych regulacji unijnych w zakresie wprowadzenia europejskiej strategii rozwoju energetyki wolnej od emisji CO<sub>2</sub> na bezpieczeństwo energetyczne Polski, a w szczególności możliwości odbudowy mocy wytwórczych wykorzystujących paliwa kopalne oraz poziom cen energii elektrycznej* (2008), skrót: *Raport 2030*, EnergSys, Warszawa.
- Rogall H. (2010), *Ekonomia zrównoważonego rozwoju. Teoria i praktyka*, Wydawnictwo Zysk i S-ka, Poznań.
- Soliński J. (2012), *Sektor energii świata i Polski*, Polski Komitet Światowej Rady Energetycznej, Wydawnictwo Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Warszawa-Kraków.
- Transformacja w kierunku gospodarki niskoemisyjnej w Polsce*, Bank Światowy, Waszyngton, luty 2011 r.
- Treeck van T. (2012), „Wohlstand ohne Wachstum“ braucht gleichmä ßige Einkommensverteilung APuZ aktuell, nr 27-28, s. 32–51.

- van Loon G.W, Duffy S.J. (2008), *Chemia środowiska*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- W stronę nowego klimatycznego kompromisu dla konkurencyjności europejskiej gospodarki — szanse i wyzwania pakietu energetyczno-klimatycznego Unii Europejskiej*, Instytut Kościuszki, wrzesień 2012.
- Wojtyna A. (1990), *Nowoczesne państwo kapitalistyczne a gospodarka. Teoria i praktyka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Zielona Księga: Europejska strategia na rzecz zrównoważonej, konkurencyjnej i bezpiecznej energii*, COM(2006) 105 z 08.03.2006, s. 4.
- 93/389/EEC: Council Decision of 24 June 1993 for a monitoring mechanism of Community CO<sub>2</sub> and other greenhouse gas emissions, Dz.U. L 167 z 09.07.1993.





## ESTYMACJA MOMENTÓW ZWYKŁYCH WEKTORA LOSOWEGO OPARTYCH NA DEFINICJI POTĘGI WEKTORA<sup>1</sup>

KATARZYNA BUDNY

Katedra Matematyki Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie  
*e-mail: budnyk@uek.krakow.pl*

### ABSTRACT

K. Budny. *Estimation of the raw moments of a random vector based on the definition of the power of a vector.* Folia Oeconomica Cracoviensia 2014, 55: 81–96.

In this paper we propose the consistent and unbiased estimators of the raw (uncorrected) moments of a random vector, moments that are based on the definition of the power of a vector. For the distributions of the estimators we find essential characteristics, such as mean vector, variance or total variance. We also calculate the covariance and the covariance matrix between the relevant sample raw moments. Moreover, the asymptotic behaviour of their central moments of even orders are established.

### STRESZCZENIE

W artykule przedstawione zostały zgodne i nieobciążone estymatory momentów zwykłych wektora losowego opartych na definicji potęgi wektora. Wyznaczono podstawowe charakterystyki dla ich rozkładów takie jak wektor wartości oczekiwanych, wariancja lub wariancja całkowita. Obliczono także postaci kowariancji lub macierzy kowariancji między odpowiednimi momentami w próbie wielowymiarowej. Ponadto ustalone zostało asymptotyczne tempo wzrostu ich momentów centralnych parzystych rzędów.

### KEY WORDS — SŁOWA KLUCZOWE

power of a vector, raw moment of a random vector, estimator, multivariate distribution  
potęga wektora, moment zwykły wektora losowego, estymator, rozkład wielowymiarowy

---

<sup>1</sup> W artykule zawarto niektóre cząstkowe wyniki rozprawy doktorskiej — Budny (2014a), prezentowanej przez Autorkę na zebraniu naukowym Komisji Nauk Ekonomicznych i Statystyki dnia 9 października 2014 roku.

## WSTĘP

Jednymi z podstawowych charakterystyk rozkładu zmiennej losowej jednowymiarowej są momenty zwykłe (por. np. Shao (2003), s. 28; Bilingsley (2009), s. 274). W analizie rozkładów wielowymiarowych jako klasyczne uogólnienia tych wielkości rozważa się momenty zwykłe mieszane (por. np. Johnson, Kotz i Kemp (1992), s. 46) oraz wyznaczone za pomocą iloczynu Kroneckera tzw. wektorowe momenty zwykłe — por. np. Holmquist (1988), Genton, He i Liu (2001), Kim i Mallik (2003).

Tatar (1996, 1999) opierając się na definicji potęgi wektora zaproponował m.in. kolejne, odmienne od przedstawionych powyżej, wielowymiarowe uogólnienie pojęcia momentu zwykłego zmiennej losowej. Istotny, z punktu widzenia zastosowań, jest problem estymacji rozważanych charakterystyk. Celem tego opracowania jest skonstruowanie co najmniej zgodnych estymatorów momentów zwykłych wektora losowego opartych na potędze wektora. Otwiera to możliwość wykorzystania tych momentów w analizie danych wielowymiarowych.

W kolejnych częściach pracy przypominamy podstawowe definicje, przedstawiamy estymatory nowych momentów zwykłych i określamy ich podstawowe własności. Pracę zamykają uwagi końcowe.

### 1. MOMENTY ZWYKŁE I CENTRALNE OPARTE NA POTĘDZE WEKTORA

**Definicja 1.1.** (Tatar (1996, 1999)) Niech  $H$  będzie przestrzenią Hilberta. Dla dowolnego wektora  $v \in H$  oraz dowolnej liczby  $k \in \mathbb{N}$   $k$ -tą potęgę wektora  $v$  definiujemy w następujący sposób:

$$v^0 = 1 \in R \text{ oraz } v^r = \begin{cases} v^{r-1} \cdot v & \text{dla } r - \text{nieparzystych} \\ \langle v^{r-1}, v \rangle & \text{dla } r - \text{parzystych} \end{cases}$$

W pracy rozważać będziemy przestrzeń Hilberta  $(R^n, R, +, \cdot)$ , w której określono klasyczny (euklidesowy) iloczyn skalarny postaci  $\langle v, w \rangle = \sum_{i=1}^n v_i w_i$ , gdzie  $v, w \in R^n$ .

Ponadto niech  $L_n^r(\Omega)$  oznacza przestrzeń wektorów losowych całkowalnych w  $r$ -tej potęgze tj.  $L_n^r(\Omega) = \left\{ X : \Omega \rightarrow R^n : X \text{ wektor losowy i } \int_{\Omega} \|X\|^r dP < +\infty \right\}$ .

W literaturze przedmiotu wielkość  $E[\|X\|^r] = \int_{\Omega} \|X\|^r dP$  nazywana jest czasem momentem rzędu  $r$  wektora losowego  $X$  i oznaczana jako  $E[X^r]$  (por. Bilodeau i Brenner (1999), s. 18). W tym opracowaniu, za Tatar (2000, 2002), wyrażenie to określać będziemy terminem momentu absolutnego rzędu  $r$  wektora losowego  $X$ .

Założmy, że  $X : \Omega \rightarrow R^n$  jest wektorem losowym, dla którego istnieje moment absolutny rzędu  $r$ .

**Definicja 1.2.** (Tatar (1996, 1999)) *Moment zwykły rzędu  $r$  wektora losowego  $X : \Omega \rightarrow R^n$  to wyrażenie określone jako*

$$\alpha_{r,n}(X) = E[X^r]. \quad (1.1)$$

Zauważmy, że moment zwykły wektora losowego rzędu 1 to wektor wartości oczekiwanych, tj.

$$\alpha_{1,n}(X) = m = EX.$$

Tatar (1996, 1999) zaproponował także wielowymiarowe uogólnienie momentów centralnych zmiennej losowej.

**Definicja 1.3.** (Tatar (1996, 1999)) *Momentem centralnym rzędu  $r$  wektora losowego  $X : \Omega \rightarrow R^n$  nazywamy wielkość wyrażoną jako*

$$\mu_{r,n}(X) = E[(X - EX)^r]. \quad (1.2)$$

Moment centralny rzędu drugiego definiuje *wariancję wektora losowego  $X : \Omega \rightarrow R^n$*  (por. Tatar (1996, 1999)). Dla tej wielkości zarezerwujemy oznaczenie  $D^2X$ . Zauważmy, że wariancja wektora losowego  $X = (X_1, \dots, X_n) : \Omega \rightarrow R^n$  przyjmuje postać:

$$D^2X = \sum_{i=1}^n D^2X_i.$$

Suma wariancji brzegowych wektora losowego w literaturze przedmiotu określana jest także jako wariancja całkowita wektora losowego (por. Bilodeau i Brenner (1999), s. 162).

Zauważmy, że zgodnie z koncepcją potęgi wektora, jeżeli  $r$  jest liczbą parzystą to  $\alpha_{r,n}, \mu_{r,n} \in R$ , czyli są skalarami. Natomiast, jeśli  $r$  jest liczbą nieparzystą to  $\alpha_{r,n}, \mu_{r,n} \in R^n$ , a więc otrzymujemy wektory.

W celu zastosowania tych wielkości do analizy danych wielowymiarowych niezbędne jest skonstruowanie ich odpowiednich estymatorów. W kolejnym rozdziale przedstawiona zostanie propozycja zgodnych i nieobciążonych estymatorów momentów zwykłych wektora losowego wraz z omówieniem ich podstawowych własności.

## 2. ESTYMATORY MOMENTÓW ZWYKŁYCH WEKTORA LOSOWEGO — DEFINICJA I PODSTAWOWE WŁASNOŚCI

Założmy, że  $X^1 : \Omega \rightarrow R^n, \dots, X^k : \Omega \rightarrow R^n$  jest próbą prostą z rozkładu  $n$ -wymiarowego, o skończonym momencie absolutnym rzędu  $r$ , natomiast  $k$  to liczebność próby.

**Definicja 2.1.** *Estymator momentu zwykłego rzędu  $r$  wektora losowego (moment zwykły rzędu  $r$  w próbie wielowymiarowej) to*

$$a_{r,n} = \frac{\sum_{i=1}^k (X^i)^r}{k}.$$

Zgodnie z definicją potęgi wektora, jeżeli  $r$  jest liczbą parzystą to  $a_{r,n}$  jest zmienną losową jednowymiarową. W przypadku gdy  $r$  jest liczbą nieparzystą jako  $a_{r,n}$  uzyskujemy wektor losowy, czyli zmienną losową wielowymiarową.

Analizę własności tak skonstruowanych estymatorów poprzedzimy twierdzeniem, które okaże się użyteczne w przeprowadzeniu niezbędnych dowodów.

**Twierdzenie 2.1.** (por. np. Bilodeau i Brenner 1999, str. 27) Założmy, że  $X^1 : \Omega \rightarrow R^{n_1}, \dots, X^k : \Omega \rightarrow R^{n_k}$  to wektory losowe. Wówczas dla wszystkich funkcji borelowskich  $g_1 : R^{n_1} \rightarrow R, \dots, g_k : R^{n_k} \rightarrow R$  dla których  $E|g_i(X^i)| < +\infty$ , gdzie  $i \in \{1, \dots, k\}$  zachodzi następująca równoważność

$$X^1, \dots, X^k \text{ są niezależne} \Leftrightarrow E\left[\prod_{i=1}^k g_i(X^i)\right] = \prod_{i=1}^k E[g_i(X^i)].$$

Opierając się na rozumowaniu przeprowadzonym dla estymatorów momentów zwykłych zmiennych losowych jednowymiarowych (por. Cramer (1958), s. 333) w dalszej części tego rozdziału przedstawimy wybrane własności momentów zwykłych w próbie wielowymiarowej.

Na początek wyznaczmy podstawowe charakterystyki dla ich rozkładów takie jak wektor wartości oczekiwanych, wariancję, czy też wariancję całkowitą.

**Twierdzenie 2.2.** Niech zatem  $X^1: \Omega \rightarrow R^n, \dots, X^k: \Omega \rightarrow R^n$  będzie próbą prostą z rozkładu wielowymiarowego, o skończonym momencie absolutnym rzędu  $2r$ . Wektor wartości oczekiwanych oraz wariancja całkowita (czyli moment centralny rzędu drugiego) momentu zwykłego rzędu  $r$  w próbie wielowymiarowej przyjmują odpowiednio postaci:

$$E[a_{r,n}] = \alpha_{r,n}, \quad (2.2)$$

$$D^2 a_{r,n} = \frac{\alpha_{2r,n} - \alpha_{r,n}^2}{k}. \quad (2.3)$$

*Dowód:* Biorąc pod uwagę własność liniowości całki oraz fakt, że  $X^1, \dots, X^k$  to próba prosta, w niemalże oczywisty sposób, uzyskujemy postać (2.2).

Dla dowodu równości (2.3) rozważymy dwa przypadki, w których uwzględnimy podział momentów zwykłych wektora losowego na momenty parzystego oraz nieparzystego rzędu.

1. Załóżmy, że  $r$  to liczba parzysta.

Wówczas dla każdego  $i \in \{1, \dots, k\}$   $(X^i)^r$  jest zmienną losową (jednowymiarową). Ponadto, na podstawie twierdzenia 2.1, zmienne losowe  $(X^1)^r, \dots, (X^k)^r$  są niezależne. Podstawowe własności wariancji zmiennej losowej (por. np. Jakubowski i Sztencel (2004), s. 84, 86) implikują wzór

$$D^2 a_{r,n} = D^2 \left( \frac{\sum_{i=1}^k (X^i)^r}{k} \right) = \frac{\sum_{i=1}^k D^2((X^i)^r)}{k^2}.$$

2. Niech teraz  $r$  będzie liczbą nieparzystą.

Podstawowe własności wariancji całkowitej — por. Tatar (1996, 1999) — oraz wartości oczekiwanej wektora losowego uzasadniają poniższe przekształcenia:

$$\begin{aligned} D^2 a_{r,n} &= D^2 \left( \frac{\sum_{i=1}^k (X^i)^r}{k} \right) = \frac{1}{k^2} D^2 \left( \sum_{i=1}^k (X^i)^r \right) = \frac{1}{k^2} E \left[ \left( \sum_{i=1}^k ((X^i)^r - E[(X^i)^r]) \right)^2 \right] = \\ &= \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k E \left[ ((X^i)^r - E[(X^i)^r])^2 \right] + \frac{1}{k^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k \sum_{p=1}^n E \left[ (((X^i)^r)_p - E[((X^i)^r)_p]) (((X^j)^r)_p - E[((X^j)^r)_p]) \right]. \end{aligned}$$

Ponadto, zastosowanie twierdzenia 2.1 dla funkcji borelowskich  $g_i: R^n \rightarrow R$  postaci  $g_i(x) = (x^r)_p - E[(X^i)^r]_p$ , gdzie  $i \in \{1, \dots, k\}$  oraz  $p \in \{1, \dots, n\}$ , prowadzi do

$$\begin{aligned} D^2 a_{r,n} &= \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k E \left[ \left( (X^i)^r - E[(X^i)^r] \right)^2 \right] + \\ &+ \frac{1}{k^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k \sum_{p=1}^n E \left[ \left( (X^i)^r \right)_p - E[(X^i)^r]_p \right] E \left[ \left( (X^j)^r \right)_p - E[(X^j)^r]_p \right] = \\ &= \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k E \left[ \left( (X^i)^r - E[(X^i)^r] \right)^2 \right] + 0. \end{aligned}$$

Mamy więc i w tym przypadku

$$D^2 a_{r,n} = \frac{\sum_{i=1}^k D^2((X^i)^r)}{k^2}.$$

Rozważmy teraz, w obydwu przypadkach, wektor losowy  $X: \Omega \rightarrow R^n$  o tym samym rozkładzie co wektory losowe  $X^1, \dots, X^k$ . Wówczas

$$D^2 a_{r,n} = \frac{k D^2(X^r)}{k^2} = \frac{D^2(X^r)}{k}.$$

Dzięki własności wariancji całkowitej wektora losowego oraz potęgi wektora — por. Tatar (1996, 1999) — otrzymujemy

$$D^2 a_{r,n} = \frac{E[(X^r)^2] - (E[X^r])^2}{k} = \frac{E[X^{2r}] - (E[X^r])^2}{k} = \frac{\alpha_{2r,n} - \alpha_{r,n}^2}{k},$$

co należało udowodnić.

Ze wzoru (2.2), w oczywisty sposób, wynika bardzo istotny wniosek.

**Wniosek 2.1.** Moment zwykły rzędu  $r$  w próbie wielowymiarowej jest estymatorem nieobciążonym momentu zwykłego rzędu  $r$  wektora losowego, tzn.  $E(a_{r,n}) = \alpha_{r,n}$ .

Postać (2.3) natomiast, wraz z wielowymiarową wersją nierówności Czebyszewa zaproponowaną w pracy Osiewalski i Tatar (1999), uzasadnia kolejną

ważną własność estymatorów momentów zwykłych wektora losowego, mianowicie własność zgodności.

**Wniosek 2.2.** Moment zwykły rzędu  $r$  w próbie wielowymiarowej jest estymatorem zgodnym momentu zwykłego rzędu  $r$  dla rozkładu wielowymiarowego o skończonym momencie absolutnym rzędu  $2r$ , tzn. dla każdego  $\varepsilon > 0$  spełniony jest warunek:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P(\|a_{r,n} - \alpha_{r,n}\| > \varepsilon) = 0.$$

*Dowód:* Istotnie, zauważmy, że przy ustalonym  $\varepsilon > 0$  dzięki wielowymiarowej nierówności Czebyszewa — por. Osiewalski i Tatar (1999) — otrzymujemy

$$P(\|a_{r,n} - E[a_{r,n}]\| > \varepsilon) \leq \frac{D^2 a_{r,n}}{\varepsilon^2}. \quad (2.4)$$

Nierówność (2.4), dzięki formule (2.3), można przedstawić jako

$$P(\|a_{r,n} - \alpha_{r,n}\| > \varepsilon) \leq \frac{\alpha_{2r,n} - \alpha_{r,n}^2}{k\varepsilon^2}.$$

Do tezy prowadzi zatem twierdzenie o trzech ciągach.

Zauważmy, że własność zgodności estymatorów  $a_{r,n}$  może być także rozpatrywana jako wniosek z *Pierwszego Uogólnionego Słabego Prawa Wielkich Liczb Czebyszewa*; por. Tatar, (2003). Przedstawione w tym opracowaniu uzasadnienie wniosku 2.2 oparte jest na dowodzie PUPWLC z pracy Tatara (2003).

W kolejnym twierdzeniu uogólnimy wzór (2.3).

**Twierdzenie 2.3.** Załóżmy, że rozkład w populacji wielowymiarowej ma skończony moment absolutny rzędu  $r + v$ . Wówczas

$$E[(a_{r,n} - \alpha_{r,n}) \circ (a_{v,n} - \alpha_{v,n})] = \frac{\alpha_{r+v,n} - \alpha_{r,n} \circ \alpha_{v,n}}{k}, \quad (2.5)$$

gdzie " $\circ$ " to operator następującej postaci

$$v \circ w = \begin{cases} vw & \text{gdy } v, w - \text{l. rzeczywiste} \\ v \cdot w & \text{gdy } v - \text{l. rzeczywista, } w - \text{wektor} \\ w \cdot v & \text{gdy } w - \text{l. rzeczywista, } v - \text{wektor} \\ \langle v, w \rangle & \text{gdy } v, w - \text{wektory} \end{cases}$$

*Dowód:* Na początek rozważmy momenty zwykłe w próbie wielowymiarowej parzystych rzędów. W tym przypadku wielkość  $E[(a_{r,n} - \alpha_{r,n}) \circ (a_{v,n} - \alpha_{v,n})]$  jest równa klasycznie definiowanej kowariancji między zmiennymi losowymi. Wobec tego należy wyznaczyć postać wyrażenia  $E[a_{2s,n} a_{2t,n}] - \alpha_{2s,n} \alpha_{2t,n}$ . Ponadto zauważmy, że

$$E[a_{2s,n} a_{2t,n}] = \frac{\alpha_{2s+2t,n} + (k-1)\alpha_{2s,n} \alpha_{2t,n}}{k}. \quad (2.6)$$

Istotnie, podstawowe własności wartości oczekiwanej uzasadniają poniższe przekształcenia

$$E[a_{2s,n} a_{2t,n}] = \frac{\sum_{i,j=1}^k E[(X^i)^{2s} (X^j)^{2t}]}{k^2} = \frac{\sum_{i=1}^k E[(X^i)^{2s+2t}] + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k E[(X^i)^{2s} (X^j)^{2t}]}{k^2}.$$

Natomiast fakt, że  $X^1, \dots, X^k$  to próba losowa prosta oraz twierdzenie 2.1 prowadzą do ciągu równości

$$\begin{aligned} E[a_{2s,n} a_{2t,n}] &= \frac{k\alpha_{2s+2t,n} + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k E[(X^i)^{2s}] E[(X^j)^{2t}]}{k^2} = \\ &= \frac{k\alpha_{2s+2t,n} + k(k-1)\alpha_{2s,n} \alpha_{2t,n}}{k^2} = \frac{\alpha_{2s+2t,n} + (k-1)\alpha_{2s,n} \alpha_{2t,n}}{k}, \end{aligned}$$

co w oczywisty sposób uzasadnia (2.5) dla rozważanych momentów zwykłych w próbie wielowymiarowej.

Przejdźmy zatem do przypadku estymatorów momentów zwykłych w populacji wielowymiarowej parzystego oraz nieparzystego rzędu. Mamy zatem wyznaczyć wielkość  $E[a_{2s,n} \cdot a_{2t+1,n}] - \alpha_{2s,n} \cdot \alpha_{2t+1,n}$ . Zauważmy, że rozumowanie analogiczne do przedstawionego w uzasadnieniu równości (2.6) prowadzi do wyrażenia

$$E[a_{2s,n} \cdot a_{2t+1,n}] = \frac{\alpha_{2s+2t+1,n} + (k-1)\alpha_{2s,n} \cdot \alpha_{2t+1,n}}{k}. \quad (2.7)$$



Istotnie,

$$E[a_{2s,n} \cdot a_{2t+1,n}] = \frac{\sum_{i,j=1}^k E[(X^i)^{2s} \cdot (X^j)^{2t+1}]}{k^2} = \frac{\sum_{i=1}^k E[(X^i)^{2s+2t+1}] + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k E[(X^i)^{2s} \cdot (X^j)^{2t+1}]}{k^2}.$$

Ponownie z uwagi na fakt, że  $X^1, \dots, X^k$  to próba losowa prosta oraz twierdzenie 2.1. zastosowane kolejno do wszystkich współrzędnych wektora  $(X^j)^{2t+1}$  uzyskujemy

$$\begin{aligned} E[a_{2s,n} \cdot a_{2t+1,n}] &= \frac{k\alpha_{2s+2t+1,n} + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k E[(X^i)^{2s}] \cdot E[(X^j)^{2t+1}]}{k^2} \\ &= \frac{k\alpha_{2s+2t,n} + k(k-1)\alpha_{2s,n} \cdot \alpha_{2t+1,n}}{k^2} = \frac{\alpha_{2s+2t,n} + (k-1)\alpha_{2s,n} \cdot \alpha_{2t+1,n}}{k}, \end{aligned}$$

co prowadzi do postaci (2.5) dla rozważanych momentów.

Jako ostatni rozpatrzmy przypadek momentów zwykłych w próbie wielowymiarowej nieparzystych rzędów. I tutaj także rozumowanie będzie analogiczne do przedstawionych powyżej. Zauważmy, że

$$E[(a_{2s+1,n} - \alpha_{2s+1,n}) \circ (a_{2t+1,n} - \alpha_{2t+1,n})] = E[\langle a_{2s+1,n}, a_{2t+1,n} \rangle] - \langle \alpha_{2s+1,n}, \alpha_{2t+1,n} \rangle.$$

Ponadto,

$$E[\langle a_{2s+1,n}, a_{2t+1,n} \rangle] = \frac{\alpha_{(2s+1)+(2t+1),n} + (k-1)\langle \alpha_{2s+1,n}, \alpha_{2t+1,n} \rangle}{k},$$

co kończy dowód twierdzenia.

Dzięki formule (2.5) uzyskujemy postać kowariancji, w sensie klasycznej definicji (por. Jakubowski i Sztencel (2004), s. 86), między estymatorami momentów centralnych parzystych rzędów, tj.

$$\mu_{11}(a_{2s,n}, a_{2t,n}) = \text{cov}(a_{2s,n}, a_{2t,n}) = \frac{\alpha_{2s+2t,n} - \alpha_{2s,n} \alpha_{2t,n}}{k} \quad (2.8)$$

oraz macierze kowariancji między momentami zwykłymi parzystego rzędu i współrzędnymi momentów zwykłych nieparzystego rzędu w próbie wielowymiarowej, tj.

$$\text{Cov}(a_{2s+1,n}, a_{2t,n}) = \frac{\alpha_{(2s+1)+2t,n} - \alpha_{2t,n} \cdot \alpha_{2s+1,n}}{k} \quad (2.9)$$

oraz

$$(\text{Cov}(a_{2s,n}, a_{2t+1,n}))^T = \frac{\alpha_{2s+(2t+1),n} - \alpha_{2s,n} \cdot \alpha_{2t+1,n}}{k}. \quad (2.10)$$

### 3. ASYMPTOTYCZNE TEMPO WZROSTU MOMENTÓW CENTRALNYCH PARZYSTEGO RZĘDU ESTYMATORÓW MOMENTÓW ZWYKŁYCH WEKTORA LOSOWEGO

Punktem wyjścia do rozważań prowadzonych w tym rozdziale będzie następująca własność

$$D^2 a_{r,n} = E[(a_{r,n} - \alpha_{r,n})^2] = O(k^{-1}), \quad (3.1)$$

co oznacza, że wariancja całkowita, czyli moment centralny rzędu drugiego estymatora momentu zwykłego rzędu  $r$  jest co najwyżej rzędu  $k^{-1}$ .

Obecnie zajmujemy się wyznaczeniem asymptotycznego tempa wzrostu momentów centralnych, opartych na definicji potęgi wektora, dowolnych parzystych rzędów dla momentów zwykłych w próbie wielowymiarowej, a zatem uogólnieniem własności (3.1). Sformułowanie odpowiedniej, ogólnej zależności poprzedzimy pomocniczym lematem 3.1, w którym przedstawiona zostanie nierówność mająca istotne znaczenie w przeprowadzeniu niezbędnych dowodów formalnych.

**Lemat 3.1.** (por. Bilodeau, Brenner (1999), s. 19) Jeżeli  $X_1 : \Omega \rightarrow R, \dots, X_n : \Omega \rightarrow R$  są zmiennymi losowymi należącymi do przestrzeni  $L^p(\Omega)$  to

$$E \left[ \prod_{i=1}^n |X_i|^{p_i} \right] \leq \prod_{i=1}^n \left( E[|X_i|^p] \right)^{\frac{p_i}{p}}, \quad (3.2)$$

gdzie  $p_i \geq 0$  dla wszystkich  $i \in \{1, \dots, n\}$  oraz  $p_1 + \dots + p_n = p$ .

*Dowód:* Nierówność ta wynika wprost z klasycznej nierówności Höldera (por. np. Bilodeau, Brenner (1999), s. 19).

Przejdźmy zatem do sformułowania zapowiadanej zależności.

**Twierdzenie 3.1.** Niech  $X^1 : \Omega \rightarrow R^n, \dots, X^k : \Omega \rightarrow R^n$  będzie wielowymiarową próbą prostą z rozkładu o skończonym momencie absolutnym rzędu  $2sr$ . Wówczas moment centralny rzędu  $2s$  momentu zwykłego rzędu  $r$  w próbie wielowymiarowej jest co najwyżej rzędu  $k^{-s}$ , czyli

$$E[(a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s}] = O(k^{-s}), \quad (3.3)$$

tzn. że istnieją takie stałe  $k_0 > 0$  oraz  $C > 0$ , że dla każdego  $k \geq k_0$  zachodzi nierówność:

$$E[(a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s}] \leq C \cdot k^{-s}.$$

*Dowód:* Na początek rozważmy przypadek, gdy  $r$  jest liczbą parzystą. Wobec tego  $\alpha_{r,n}$  to zmienna losowa jednowymiarowa, natomiast jako  $\alpha_{r,n}$  uzyskujemy liczbę rzeczywistą. Zgodnie z definicją momentu zwykłego w próbie, po zastosowaniu prostych przekształceń, otrzymujemy :

$$E[(a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s}] = E\left[\left(\frac{\sum_{i=1}^k (X^i)^r}{k} - \alpha_{r,n}\right)^{2s}\right] = \frac{1}{k^{2s}} \cdot E\left[\left(\sum_{i=1}^k [(X^i)^r - \alpha_{r,n}]\right)^{2s}\right]. \quad (3.4)$$

Uogólniony wzór Newtona prowadzi więc do postaci:

$$E[(a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s}] = \frac{1}{k^{2s}} \cdot \sum_{\substack{s_1, \dots, s_k=0 \\ s_1 + \dots + s_k = 2s}}^{2s} \frac{(2s)!}{s_1! \dots s_k!} E\left[\prod_{i=1}^k [(X^i)^r - \alpha_{r,n}]^{s_i}\right].$$

Z uwagi na fakt, że  $X^1 : \Omega \rightarrow R^n, \dots, X^k : \Omega \rightarrow R^n$  to próba losowa prosta prawdziwa jest równość:

$$E[(a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s}] = \frac{1}{k^{2s}} \cdot \sum_{\substack{s_1, \dots, s_k=0 \\ s_1 + \dots + s_k = 2s}}^{2s} \frac{(2s)!}{s_1! \dots s_k!} \prod_{i=1}^k E[(X^i)^r - \alpha_{r,n}]^{s_i}, \quad (3.5)$$

gdzie  $X : \Omega \rightarrow R^n$  to wektor losowy o rozkładzie identycznym z rozkładem wektorów losowych  $X^1 : \Omega \rightarrow R^n, \dots, X^k : \Omega \rightarrow R^n$ .

Zauważmy że, dla każdego  $k \geq s$ , spośród wszystkich wielowskaźników  $(s_1, \dots, s_k)$  spełniających warunek  $\sum_{i=1}^k s_i = 2s$ , gdzie  $s_i \in \{0, \dots, 2s\}$ , największą liczbę niezerowych współrzędnych, przy założeniu, że nie zerują się odpowiadające tym wielowskaźnikom składniki sumy (3.5), posiadają te, dla których na  $s$ -pozycjach występuje liczba 2, natomiast pozostałe współrzędne są równe 0. Oznaczmy zbiór takich wielowskaźników przez  $\Phi$ . Ustalając ilość elementów tego zbioru wybieramy zatem  $s$ -wskaźników ze zbioru  $k$  elementowego. Obliczając ilość elementów dowolnego, różnego od  $\Phi$ , podzbioru wielowskaźników dokonujemy wyboru z mniejszego zbioru tzn. zbioru  $k-l$  elementowego, gdzie  $l \in \{1, \dots, k-1\}$ . Wobec tego w powyższej sumie (3.5) otrzymujemy

$$\binom{k}{s} = \frac{k(k-1) \cdot \dots \cdot (k-(s-1))}{s!} \text{ składników postaci } \frac{(2s)!}{2^s} \left( E \left[ (X^r - \alpha_{r,n})^2 \right] \right)^s, \text{ a zatem}$$

możemy ją przedstawić jako

$$E \left[ (a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s} \right] = \frac{1}{k^{2s}} \cdot \frac{k \cdot (k-1) \cdot \dots \cdot (k-(s-1))}{s!} \cdot \frac{(2s)!}{2^s} \left( E \left[ (X^r - \alpha_{r,n})^2 \right] \right)^s +$$

$$+ \frac{1}{k^{2s}} \cdot \sum_{\substack{s_1, \dots, s_k=0 \\ s_1 + \dots + s_k = 2s \\ (s_1, \dots, s_k) \notin \Phi}} \frac{(2s)!}{s_1! \cdot \dots \cdot s_k!} \prod_{i=1}^k E \left[ (X^r - \alpha_{r,n})^{s_i} \right].$$

Dzięki temu dla  $k \geq s$  uzyskujemy oszacowanie

$$E \left[ (a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s} \right] \leq \frac{1}{k^{2s}} \cdot \frac{k^s}{s!} \cdot \frac{(2s)!}{2^s} (\mu_{r,n}(X))^s + \frac{1}{k^{2s}} \cdot k^s \cdot A,$$

gdzie  $A \in \mathbb{R}$ .

Ostatecznie więc

$$E \left[ (a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s} \right] \leq \left( \frac{(2s)!}{2^s s!} (\mu_{r,n}(X))^s + A \right) \cdot k^{-s},$$

co należało udowodnić.

Załóżmy teraz, że  $r$  jest liczbą nieparzystą. Wobec tego  $a_{r,n}$  to wektor losowy  $n$ -wymiarowy, natomiast  $\alpha_{r,n} \in \mathbb{R}^n$ . Równość (3.4) przyjmuje w tym przypadku postać

$$E \left[ (a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s} \right] = \frac{1}{k^{2s}} \cdot E \left[ \left( \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^k \left[ (X^i)^r \right]_j - (\alpha_r)_j \right) \right)^2 \right)^s \right].$$

Po zastosowaniu uogólnienia wzoru Newtona uzyskujemy

$$E[(a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s}] = \frac{1}{k^{2s}} \sum_{\substack{p_1, \dots, p_n=0 \\ p_1 + \dots + p_n = s}}^s \frac{(s)!}{p_1! \dots p_n!} E \left[ \prod_{j=1}^n \left( \left( \sum_{i=1}^k [(X^i)^r]_j - (\alpha_r)_j \right)^2 \right)^{p_j} \right]. \quad (3.6)$$

Zauważmy, że nierówność (3.2) prowadzi do oszacowania

$$E \left[ \prod_{j=1}^n \left( \left( \sum_{i=1}^k [(X^i)^r]_j - (\alpha_r)_j \right)^2 \right)^{p_j} \right] \leq \prod_{j=1}^n \left( E \left[ \left( \sum_{i=1}^k [(X^i)^r]_j - (\alpha_r)_j \right)^{2s} \right] \right)^{\frac{p_j}{s}}. \quad (3.7)$$

Rozumowanie analogiczne do przedstawionego w przypadku gdy  $r$  to liczba parzysta, implikuje postać

$$\begin{aligned} E \left[ \left( \sum_{i=1}^k [(X^i)^r]_j - (\alpha_{r,n})_j \right)^{2s} \right] &= \sum_{\substack{s_1, \dots, s_k=0 \\ s_1 + \dots + s_k = 2s}}^{2s} \frac{(2s)!}{s_1! \dots s_k!} E \left[ \prod_{i=1}^k [(X^i)^r]_j - (\alpha_{r,n})_j \right]^{s_i} = \\ &= \frac{k \cdot (k-1) \cdot \dots \cdot (k-(s-1))}{s!} \cdot \frac{(2s)!}{2^s} \left( E[(X^r)_j - (\alpha_{r,n})_j]^2 \right)^s + \\ &+ \sum_{\substack{s_1, \dots, s_k=0 \\ s_1 + \dots + s_k = 2s \\ (s_1, \dots, s_k) \neq \Phi}}^{2s} \frac{(2s)!}{s_1! \dots s_k!} \prod_{i=1}^k E[(X^r)_j - (\alpha_{r,n})_j]^{s_i}, \end{aligned}$$

dla wszystkich  $k \geq s$  oraz  $j \in \{1, \dots, n\}$ , gdzie, podobnie jak poprzednio,  $X: \Omega \rightarrow R^n$  to wektor losowy o rozkładzie identycznym z rozkładem wektorów losowych  $X^1, \dots, X^k$ .

Dzięki temu, dla każdego  $k \geq s$  oraz  $j \in \{1, \dots, n\}$ , prawdziwa jest nierówność

$$\begin{aligned} E \left[ \left( \sum_{i=1}^k [(X^i)^r]_j - (\alpha_{r,n})_j \right)^{2s} \right] &\leq k^s \cdot \frac{(2s)!}{2^s s!} \left( E[(X^r)_j - (\alpha_{r,n})_j]^2 \right)^s + k^s \cdot A_j = \\ &= k^s \cdot \left( \frac{(2s)!}{2^s s!} \left( (\mu_{r,n}(X))_j \right)^2 + A_j \right), \end{aligned}$$

gdzie  $A_j \in R$ .

Wracając do nierówności (3.7) uzyskujemy

$$E \left[ \prod_{j=1}^n \left( \left( \sum_{i=1}^k \left[ \left( (X^i)^r \right)_j - (\alpha_{r,n})_j \right]^2 \right)^{p_j} \right) \right] \leq k^s \cdot \prod_{j=1}^n \left( \frac{(2s)!}{2^s s!} \left( (\mu_{r,n}(X))_j \right)^2 + A_j \right)^{\frac{p_j}{s}}.$$

Ostatecznie więc, że dla wszystkich  $k \geq s$ , otrzymujemy oszacowanie

$$\begin{aligned} E \left[ (a_{r,n} - \alpha_{r,n})^{2s} \right] &\leq \frac{1}{k^{2s}} \sum_{\substack{p_1, \dots, p_n=0 \\ p_1 + \dots + p_n = s}}^s \frac{(s)!}{p_1! \dots p_n!} \cdot k^s \cdot \prod_{j=1}^n \left( \frac{(2s)!}{2^s s!} \left( (\mu_{r,n}(X))_j \right)^2 + A_j \right)^{\frac{p_j}{s}} = \\ &= k^{-s} \cdot \left( \sum_{\substack{p_1, \dots, p_n=0 \\ p_1 + \dots + p_n = s}}^s \frac{(s)!}{p_1! \dots p_n!} \prod_{j=1}^n \left( \frac{(2s)!}{2^s s!} \left( (\mu_{r,n}(X))_j \right)^2 + A_j \right)^{\frac{p_j}{s}} \right), \end{aligned}$$

co należało wykazać.

Zauważmy, że uzyskane rzędy przybliżeń momentów centralnych parzystych rzędów dla estymatorów momentów zwykłych są takie same jak w przypadku jednowymiarowym (por. Cramer (1958), s. 333).

## UWAGI KOŃCOWE

W artykule przedstawione zostały zgodne i nieobciążone estymatory momentów zwykłych wektora losowego opartych na definicji potęgi wektora. Wyznaczono podstawowe charakterystyki rozkładów tych estymatorów, takie jak wektor wartości oczekiwanych, wariancja lub wariancja całkowita. Obliczono także postaci kowariancji lub macierzy kowariancji między odpowiednimi momentami w próbie wielowymiarowej. Ponadto ustalone zostało asymptotyczne tempo wzrostu ich momentów centralnych parzystych rzędów.

Prezentowane wyniki stanowią część pracy doktorskiej Autorki — Budny (2014a). W rozprawie tej ponadto uzupełniono zestaw charakterystyk opartych na definicji potęgi wektora o kolejne, tj. kurtozę — por. Budny (2009), Budny i Tatar (2009), Budny (2012a, 2012b) oraz współczynnik ekscesu — por. Budny (2014d), a także zaproponowano miernik zależności liniowej między wektorami losowymi o dowolnych wymiarach, nazwany współczynnikiem korelacji wielowymiarowej. W rozprawie doktorskiej zwrócono również uwagę na pro-

blem wielowymiarowego uogólnienia nierówności Czebyszewa; por. Budny (2014b, 2014c). Ponadto, aby umożliwić zastosowanie charakterystyk opartych na potędze wektora (także współczynnika korelacji wielowymiarowej) w analizie danych wielowymiarowych, skonstruowano co najmniej zgodne estymatory nowych charakterystyk wektorów losowych i nowego miernika ich liniowej zależności. Wskazano także dwa przykłady zastosowań. Pierwszy z nich dotyczy zagadnień z zakresu finansów przedsiębiorstw, gdzie badaniu poddano dwie kategorie finansowe, tj. zadłużenie i rentowność. W drugim rozważano zachowanie konsumentów w zakresie wyboru form płatności.

## BIBLIOGRAFIA

- Billingsley P (2009), *Prawdopodobieństwo i miara*, Wyd. 2, PWN, Warszawa.
- Bilodeau M., Brenner D. (1999), *Theory of Multivariate Statistics*, Springer-Verlag, New York.
- Budny K. (2009), *Kurtoza wektora losowego*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, 78, seria: Ekonometria, 26, 44–54.
- Budny K., Tatar J. (2009), *Kurtosis of a random vector — special types of distributions*, Statistics in Transition — new series, 10(3), 445–456.
- Budny K. (2012a), *Kurtoza wektora losowego o wielowymiarowym rozkładzie normalnym*, w: *Zastosowanie metod ilościowych w finansach i ubezpieczeniach* (red. S. Forlicz), CeDeWu, Warszawa, 41–54.
- Budny K. (2012b), *Wybrane własności kurtozy wektora losowego*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, seria: Metody analizy danych (w druku).
- Budny K. (2014a), *Nowe charakterystyki rozkładu i zależności wektora losowego — konstrukcja, estymacja, zastosowania*, niepublikowana rozprawa doktorska, Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie.
- Budny K. (2014b), *A generalization of Chebyshev's inequality for Hilbert-space-valued random elements*, Statistics & Probability Letters, 88, 62–65.
- Budny K. (2014c), *An extension of the multivariate Chebyshev's inequality to a random vector with a singular covariance matrix*, Communications in Statistics — Theory and Methods (w druku).
- Budny K. (2014d), *Współczynnik ekscesu wektora losowego*, Studia Ekonomiczne, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach (w druku).
- Cramer H. (1958), *Metody matematyczne w statystyce*, Wyd. 1, PWN, Warszawa.
- Genton M.G., He L., Liu X. (2001), *Moments of skew — normal random vectors and their quadratic forms*, Statistics & Probability Letters, 51, 319–325.
- Holmquist B. (1988), *Moments and cumulants of the multivariate normal distribution*, Stochastic Analysis and Applications, 6, 273–278.
- Jakubowski J., Sztencel R. (2004), *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, wyd. 3, Script, Warszawa.
- Johnson N.J., Kotz S., Kemp A.W (1992), *Univariate discrete distributions: Volume 1: Models and applications*, 2<sup>nd</sup> ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Kim H., Mallick B.K. (2003), *Moments of random vectors with skew  $t$  distribution and their quadratic forms*, Statistics & Probability Letters, 63, 417–423.
- Osiewalski J., Tatar J. (1999), *Multivariate Chebyshev inequality based on a new definition of moments of a random vector*, Przegląd Statystyczny, 46 (2), 257–260.
- Shao J. (2003), *Mathematical statistics*, 2<sup>nd</sup> ed. Springer.
- Tatar J. (1996), *O niektórych miarach rozproszenia rozkładów prawdopodobieństwa*, Przegląd Statystyczny, 43 (3–4), 267–274.
- Tatar J. (1999), *Moments of a random variable in a Hilbert space*, Przegląd Statystyczny, 46 (2), 261–271.

- Tatar J. (2000), *Momenty absolutne wielowymiarowych rozkładów prawdopodobieństwa*, Komisja Statystyczno-Demograficzna PAN, O/Kraków, 17 listopada 2000 r.
- Tatar J. (2002), *Nierówność Lapunowa dla wielowymiarowych rozkładów prawdopodobieństwa*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, 549, 5–10.
- Tatar J. (2003), *Prawa wielkich liczb dla wielowymiarowych wektorów losowych. Zastosowania statystyki i matematyki w ekonomii*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu, 1006, 254–260.